Fundamentos de Control

M.I. Ulises A. Pérez Ventura

Contacto:
Posgrado de Ingeniería (Edificio T),
en el laboratorio de Modos Deslizantes (segundo piso)

econtrolfi@gmail.com

Ejercicios para el Tema 3:

Estabilidad de Sistemas de Control

Ejercicio 1

Utilice el criterio de Routh para determinar las condiciones necesarias y suficientes que garantizan **estabilidad** en sistemas de **primer orden**, dada su ecuación característica

$$a_1 s + a_0 = 0\,.$$

Ejercicio2

Aplique el criterio de Routh para determinar las condiciones necesarias y suficientes que aseguran **estabilidad** en sistemas de **segundo orden**, dada su ecuación característica

$$a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0\,.$$

Solución de los Ejercicios 1 y 2

EC de Primer Orden

$$a_1 s + a_0 = 0$$

Arreglo de coeficientes

s^1	a_1	0
s^0	a_0	0

Condiciones de Estabilidad

- Necesitad y Suficiencia:

$$a_1,\ a_0 > 0$$

EC de Segundo Orden

$$a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

Arreglo de coeficientes

s^2	a_2	a_0
s^1	a_1	0
s^0	a_0	0

Condiciones de Estabilidad

- Necesitad y Suficiencia:

$$a_2,\ a_1,\ a_0 > 0$$

Ejercicio 3

Utilice el criterio de Routh para determinar las condiciones necesarias y suficientes que garantizan **estabilidad** en sistemas de **tercer orden**, dada su ecuación característica

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0\,.$$

Solución del Ejercicio 3

EC de Tercer Orden

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

Arreglo de coeficientes

s^3	a_3	a_1
s^2	a_2	a_0
s^1	$\frac{a_2 a_1 - a_3 a_0}{a_2}$	0
s^0	a_0	0

Condiciones de Estabilidad

- Necesitad:

  $a_3,\ a_2,\ a_1,\ a_0 > 0$
- Suficiencia:

  $a_2 a_1 - a_3 a_0 > 0$

Ejercicio 4

Utilice el criterio de Routh para estudiar la **estabilidad** de un sistema con ecuación característica,

$$s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0\,.$$

Solución del Ejercicio 4

Caso Especial 1

¿Qué hacer cuando algún elemento de la primera columna es cero y existen elementos sobrantes diferentes de cero?. Sea

$$s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$$

Arreglo de coeficientes

s^3	1	1
s^2	2	2
s^1	$0 \approx \varepsilon$	0
s^0	2	0

Observación

Como los coeficientes por encima y por debajo de ε son positivos **(no hay cambios de signo†)**, se puede asegurar que existen dos raíces conjugadas **sobre el eje imaginario** (estabilidad crítica).

†Note que si hubiera **cambios de signo** el sistema sería **inestable**.

Ejercicio 5

Utilice el criterio de Routh para estudiar la **estabilidad** de un sistema con ecuación característica,

$$s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50 = 0\,.$$

Solución del Ejercicio 5

Caso Especial 2 (generalización del Caso Especial 1)

¿Qué hacer cuando todos los coeficientes de algún renglón derivado son cero?. Sea

$$s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50 = 0$$

Arreglo de coeficientes

s^5	1	24	−25
s^4	2	48	−50
s^3	0	0	0

Se construye el *polinomio auxiliar*

$$P(s) = 2s^4 + 48s^2 - 50$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{dP(s)}{ds} = 8s^3 + 96s$$

Arreglo de coeficientes *auxiliar*

s^5	1	24	−25
s^4	2	48	−50
s^3	8	96	0
s^2	24	−50	0
s^1	112.7	0	0
s^0	−50	0	0

Solución del Ejercicio 5

Observación

La *fila de ceros* indica que hay **raíces de igual magnitud**†. Dichas raíces se obtienen al **resolver el polinomio auxiliar**:

$$P(s) = 2s^4 + 48s^2 - 50 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$s = \pm 1, \quad s = \pm j5$$

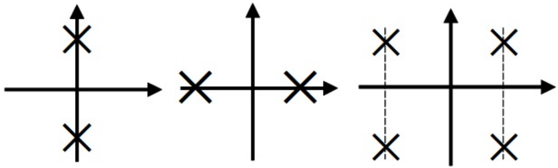


Figura: Posibles **raíces de igual magnitud**

†Note que estos sistemas pueden ser **críticamente estables**, o bien, **inestables**.

Ejercicio 6

Bosqueje la **traza de Nyquis**t del sistema cuya función de transferencia de lazo abierto es

$$G(s) = \frac{K}{s(s+4)(s+5)} \, .$$

Utilice el *principio del argumento* para determinar los valores de la ganancia $K > 0$ que garantizan **estabilidad de lazo cerrado**.

Solución del Ejercicio 6

Sistema Tipo 1

$$G(s) = \frac{K}{s(s+4)(s+5)}$$

FT Senoidal

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega+4)(j\omega+5)}$$

Partes Real e Imaginaria

$$G(j\omega) = \frac{-9K}{\omega^4 + 41\omega^2 + 400} - j\frac{(20-\omega^2)K}{\omega^5 + 41\omega^3 + 400\omega}$$

Solución del Ejercicio 6

Tramo 1

Para $\omega \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} G(j0) &= \frac{-9K}{(0)^4+41(0)^2+400} - j\frac{(20-(0)^2)K}{(0)^5+41(0)^3+400(0)} \\ &= -\frac{9K}{400} - j\infty; \quad \textbf{Tercer Cuadrante} \end{aligned}$$

Para $\omega \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} G(j\infty) &= \frac{-9K}{(\infty)^4+41(\infty)^2+400} - j\frac{(20-(\infty)^2)K}{(\infty)^5+41(\infty)^3+400(\infty)} \\ &= -0+j0; \quad \textbf{Segundo Cuadrante} \end{aligned}$$

⊛ Si se tienen dudas acerca de las evaluaciones, se recomienda utilizar valores muy pequeños para aproximar $\omega = 0$ y valores muy grandes para aproximar $\omega \rightarrow \infty$.

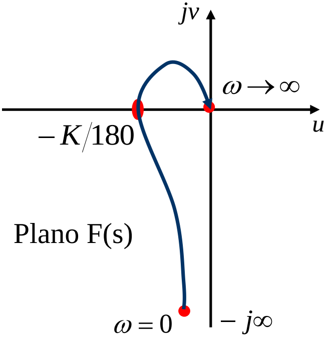
Solución del Ejercicio 6

¡Existe cruce con el eje real!

$$\mathrm{Im}\{G(j\omega)\} = -\frac{(20-\omega^2)K}{\omega^5+41\omega^3+400\omega} = 0$$

cuya solución es $\omega = \sqrt{20}$. Sustituyendo en la parte real se obtiene el cruce

$$\mathrm{Re}\{G(j\sqrt{20})\} = \frac{-K}{180}$$



Criterio de Estabilidad de Nyquist

Dado que $G(s)$ no tiene polos inestables, no debe haber rodeos al punto $(-1+j0)$.

Estabilidad

$$0 < K < 180$$

Solución del Ejercicio 6

Tramo 2

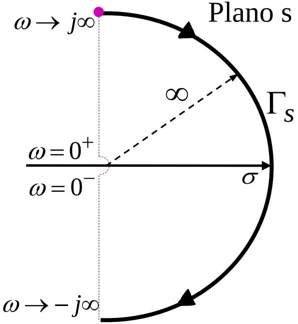
Se cambia la variable s por un semi-círculo de radio infinito, $\Gamma e^{j\theta}$ con $\theta \in [\overleftarrow{-90^\circ, 90^\circ}]$.

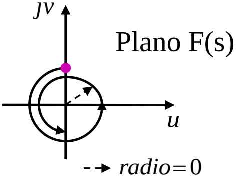
$$G(s) = \frac{K}{\Gamma e^{j\theta}(\Gamma e^{j\theta}+4)(\Gamma e^{j\theta}+5)} \approx \frac{K}{\Gamma e^{j3\theta}}$$

Dado el radio infinito Γ,

$$G(s) \approx 0e^{-j3\theta}$$

se mapean **tres semicírculos** de radio cero, empezando en -270°, con dirección **antihoraria**.





Solución del Ejercicio 6

Tramo 4

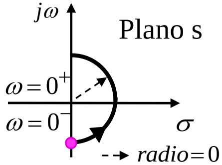
Se cambia la variable s por un semi-círculo de radio cero, $\varepsilon e^{j\theta}$ con $\theta \in [\overrightarrow{-90^\circ, 90^\circ}]$.

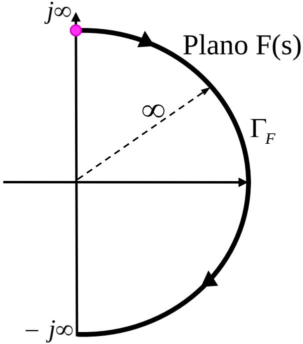
$$G(s) = \frac{K}{\varepsilon e^{j\theta}(\varepsilon e^{j\theta}+4)(\varepsilon e^{j\theta}+5)} \approx \frac{K}{\varepsilon e^{j\theta}}$$

Dado el radio ε cercano a cero,

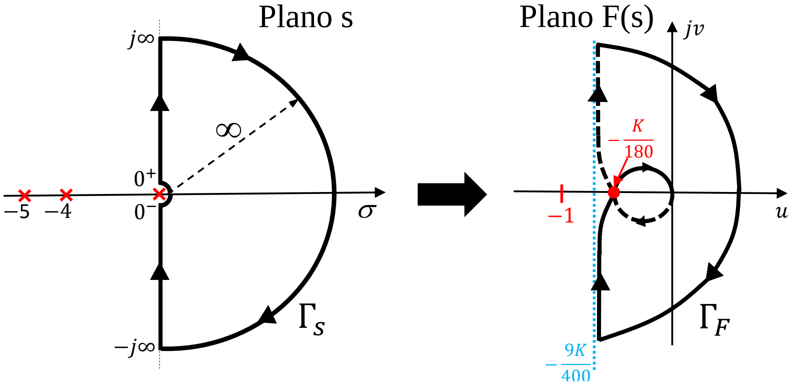
$$G(s) \approx \infty e^{-j\theta}$$

se mapea **un semicírculo** de radio infinito, comenzando en 90°, con dirección **horaria**.





Solución del Ejercicio 6 (Principio del Argumento)



El contorno Γ_s no rodea **ningún polo** de $G(s)$, *i.e.* $P = 0$. Para que $F(s) = 1 + G(s)$ no tenga ceros en el semiplano derecho del plano complejo ($Z = 0$), se debe cumplir $Z = N + P = 0 \Rightarrow N = 0$, es decir, **no debe haber ningún encirculamiento** del punto $(-1, j0)$.

Solución del Ejercicio 6 (Matlab)

Matlab

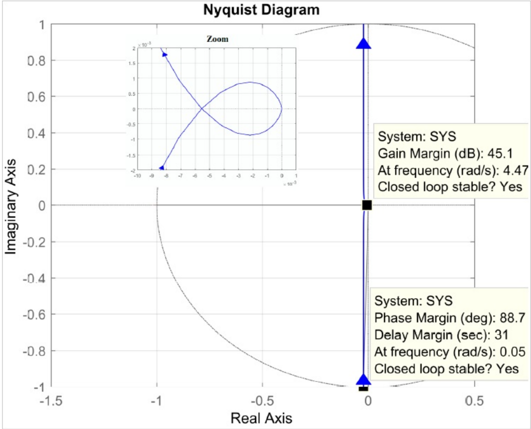
```
K=1;
SYS=tf([K],[1 9 20 0]);
figure;
nyquist(SYS);
```

Márgenes de Estabilidad

$MF = 88.7$ [°]

$MG = 45.1$ [dB] (180)

Estable en lazo cerrado.



Ejercicio 7

Bosqueje la **traza de Nyquist** del sistema cuya función de transferencia de lazo abierto es

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s-2)(s+4)}\,.$$

Utilice el *principio del argumento* para determinar los valores de la ganancia $K > 0$ que garantizan **estabilidad de lazo cerrado**.

Solución del Ejercicio 7

Sistema Tipo 1

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s-2)(s+4)}$$

FT Senoidal

$$G(j\omega) = \frac{K(j\omega+1)}{j\omega(j\omega-2)(j\omega+4)}$$

Partes Real e Imaginaria

$$G(j\omega) = \frac{-(\omega^2+10)K}{\omega^4+20\omega^2+64} - j\frac{(\omega^2-8)K}{\omega^5+20\omega^3+64\omega}$$

Solución del Ejercicio 7

Tramo 1

Para $\omega \to 0$

$$G(j0) = \frac{-((0)^2+10)K}{(0)^4+20(0)^2+64} - j\frac{((0)^2-8)K}{(0)^5+20(0)^3+64(0)}$$
$$= -\frac{5K}{32} + j\infty; \quad \textbf{Segundo Cuadrante}$$

Para $\omega \to \infty$

$$G(j\infty) = \frac{-((\infty)^2+10)K}{(\infty)^4+20(\infty)^2+64} - j\frac{((\infty)^2-8)K}{(\infty)^5+20(\infty)^3+64(\infty)}$$
$$= -0 - j0; \quad \textbf{Tercer Cuadrante}$$

⊛ Si se tienen dudas acerca de las evaluaciones, se recomienda utilizar valores muy pequeños para aproximar $\omega = 0$ y valores muy grandes para aproximar $\omega \to \infty$.

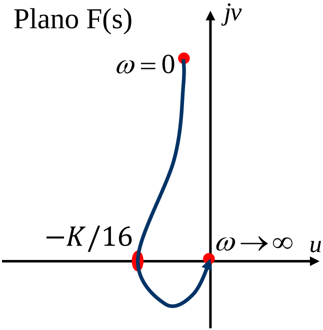
Solución del Ejercicio 7

¡Existe cruce con el eje real!

$$\text{Im}\{G(j\omega)\} = -\frac{(\omega^2 - 8)K}{\omega^5 + 20\omega^3 + 64\omega} = 0$$

cuya solución es $\omega = \sqrt{8}$. Sustituyendo en la parte real se obtiene el cruce

$$\text{Re}\{G(j\sqrt{8})\} = \frac{-K}{16}$$



Criterio de Estabilidad de Nyquist

Dado que $G(s)$ tiene **un polo inestable**, debe haber **un rodeo** al punto $(-1 + j0)$ en sentido **antihorario**.

Estabilidad

$$K > 16$$

Solución del Ejercicio 7

Tramo 2

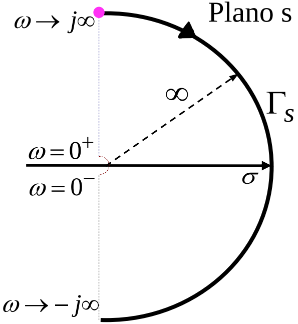
Se cambia la variable s por un semi-círculo de radio infinito, $\Gamma e^{j\theta}$ con $\theta \in \overleftarrow{[-90^\circ, 90^\circ]}$,

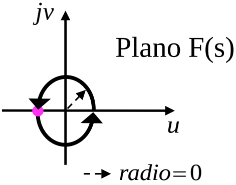
$$G(s) = \frac{K(\Gamma e^{j\theta}+1)}{\Gamma e^{j\theta}(\Gamma e^{j\theta}-2)(\Gamma e^{j\theta}+4)} \approx \frac{K}{\Gamma e^{j2\theta}}$$

Dado el radio infinito Γ,

$$G(s) \approx 0e^{-j2\theta}$$

se mapean **dos semicírculos** de radio cero, empezando en -180°, con dirección **antihoraria**.





Solución del Ejercicio 7

Tramo 4

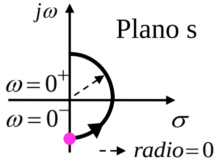
Se cambia la variable s por un semi-círculo de radio cero, $\varepsilon e^{j\theta}$ con $\theta \in [\overrightarrow{-90^\circ, 90^\circ}]$.

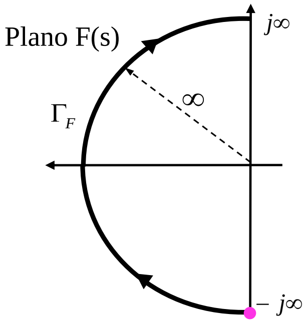
$$G(s) = \frac{K(\varepsilon e^{j\theta}+1)}{\varepsilon e^{j\theta}(\varepsilon e^{j\theta}-2)(\varepsilon e^{j\theta}+4)} \approx \frac{-K}{\varepsilon e^{j\theta} e^{\pm j180^\circ}}$$

Dado el radio ε cercano a cero,

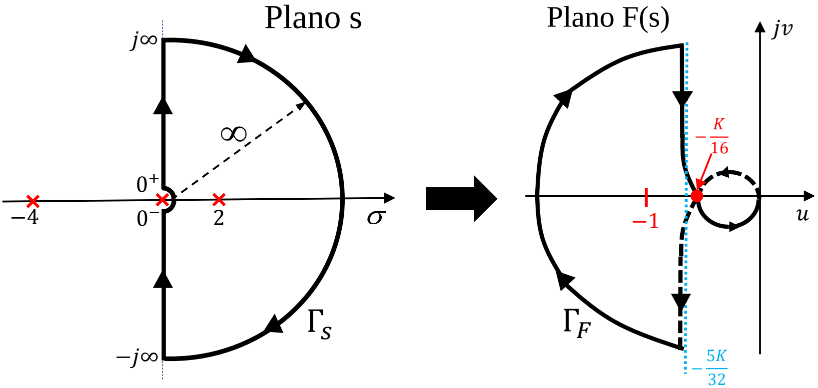
$$G(s) \approx \infty e^{-j(\theta \pm 180^\circ)}$$

se mapea **un semicírculo** de radio infinito, comenzando en -90°, con dirección **horaria**.





Solución del Ejercicio 7 (Principio del Argumento)



El contorno Γ_s rodea **un polo** de $G(s)$, *i.e.* $P = 1$. Para que $F(s)$ no tenga ceros en el semiplano derecho del plano complejo ($Z = 0$), se debe cumplir $Z = N + P = 0 \Rightarrow N = -1$, es decir, **debe haber un encirculamiento** del punto $(-1, j0)$ en sentido **antihorario**.

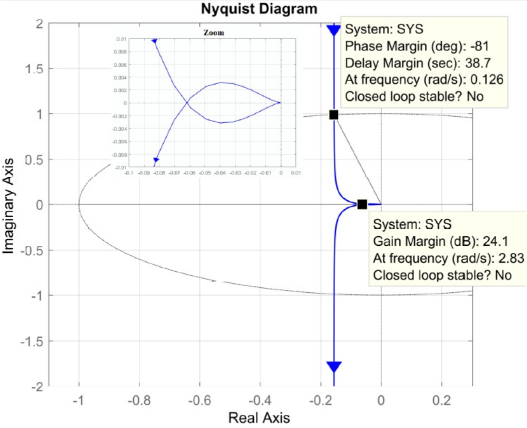
Solución del Ejercicio 7 (Matlab)

Matlab

```
K=1;
SYS=tf([K K],[1 2 -8 0]);
figure;
nyquist(SYS);
```

Márgenes de Estabilidad

$MF = -81$ [°]
$MG = 24.1$ [dB] (16)
Inestable en lazo cerrado.



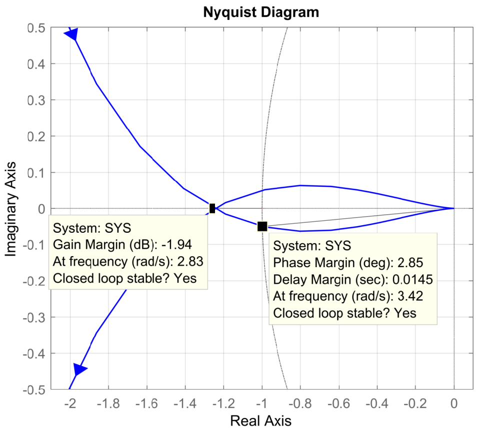
Solución del Ejercicio 7 (Matlab)

Se elige algún valor de $K > 16$ para **estabilizar** el sistema en lazo cerrado.

Matlab

```
K=20;
SYS=tf([K K],[1 2 -8 0]);
figure;
nyquist(SYS);
```

Estable en lazo cerrado.



Ejercicio 8

Se desea controlar un sistema **tipo cero** por computadora, es decir, implementar un lazo de control digital bajo un **paso de muestreo** constante $T > 0$ y discretizando la FT con el **método del ROC**. La función de transferencia discreta es

$$G(z) = \mathcal{Z}\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \cdot \frac{K}{(s+a)}\right\} = K\frac{\alpha}{z+\gamma},$$

con $a > 0$; $\alpha = \frac{1-e^{-aT}}{a}$; $\gamma = -e^{-aT}$. Utilice el *criterio de Jury* para determinar los valores de la ganancia $K > 0$ que aseguran **estabilidad de lazo cerrado**. Sea $a = 1$, calcule el valor crítico de la ganancia para $T = 1$ [s] y $T = 0.1$ [s], respectivamente.

Solución del Ejercicio 8

Ecuación Característica

$$F(z) = z + \gamma + \alpha K = 0$$

Arreglo de Jury

$$\begin{array}{c|c} z^0 & z^1 \\ \gamma + \alpha K & 1 \end{array}$$

Condición de Jury 1, $F(1) > 0$

$$1 + \gamma + \alpha K > 0 \quad \Rightarrow \quad K > 0 \quad \text{(Trivial)}$$

Condición de Jury 2, $(-1)^1 F(-1) < 0$

$$-1 + \gamma + \alpha K < 0 \quad \Rightarrow \quad K < \frac{1-\gamma}{\alpha} = \frac{a(1+e^{-aT})}{1-e^{-aT}}$$

Condición de Jury 3, $|a_0| < a_1$

$$|\gamma + \alpha K| < 1 \quad \Rightarrow \quad K < \frac{1-\gamma}{\alpha} = \frac{a(1+e^{-aT})}{1-e^{-aT}}$$

Solución del Ejercicio 8 (Numérica)

Ejemplo: $a = 1,\ T = 1$ [s], $\alpha = 0.6321$, $\gamma = -0.3679$.

$F(z) = z - 0.3679 + 0.6321K = 0$

$$\begin{array}{c|c} z^0 & z^1 \\ -0.3679 + 0.6321K & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} F(1) = 0.6321 + 0.6321K > 0, &\quad \Rightarrow \quad K > 0 \\ (-1)^1 F(-1) = -1.3679 + 0.6321K < 0, &\quad \Rightarrow \quad K < 2.1641 \\ |-0.3679 + 0.6321K| < 1, &\quad \Rightarrow \quad K < 2.1641 \end{aligned}$$

Ejemplo: $a = 1,\ T = 0.1$ [s], $\alpha = 0.0952$, $\gamma = -0.9048$.

$F(z) = z - 0.9048 + 0.0952K = 0$

$$\begin{array}{c|c} z^0 & z^1 \\ -0.9048 + 0.0952K & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} F(1) = 0.0952 + 0.0952K > 0, &\quad \Rightarrow \quad K > 0 \\ (-1)^1 F(-1) = -1.9048 + 0.0952K < 0, &\quad \Rightarrow \quad K < 20.0084 \\ |-0.9048 + 0.0952K| < 1, &\quad \Rightarrow \quad K < 20.0084 \end{aligned}$$

Ejercicio 9

Se desea controlar un sistema **tipo uno** por computadora, es decir, implementar un lazo de control digital bajo un **paso de muestreo** constante $T > 0$ y discretizando la FT con el **método del ROC**. La función de transferencia discreta es

$$GH(z) = \mathcal{Z}\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \cdot \frac{K}{s(s+a)}\right\} = K\frac{\alpha z + \beta}{(z-1)(z+\gamma)},$$

con $a > 0$; $\alpha = \frac{-1+aT+e^{-aT}}{a^2}$; $\beta = \frac{1-aTe^{-aT}-e^{-aT}}{a^2}$; $\gamma = -e^{-aT}$. Utilice el *criterio de Jury* para determinar los valores de la ganancia $K > 0$ que aseguran **estabilidad de lazo cerrado**. Sea $a = 1$, calcule el valor crítico de la ganancia para $T = 1$ [s] y $T = 0.1$ [s], respectivamente.

Solución del Ejercicio 9

Ecuación Característica

$$F(z) = z^2 + (-1 + \gamma + \alpha K)z + \beta K - \gamma = 0$$

Arreglo de Jury

$$\begin{array}{c|c|c} z^0 & z^1 & z^2 \\ -\gamma + \beta K & -1 + \gamma + \alpha K & 1 \end{array}$$

Condición de Jury 1, $F(1) > 0$

$$(\alpha + \beta)K > 0 \quad \Rightarrow \quad K > 0 \ \ \text{(Trivial)}$$

Condición de Jury 2, $(-1)^2 F(-1) > 0$

$$2(1-\gamma) + K(\beta - \alpha) > 0 \quad \Rightarrow \quad K < \frac{2(1-\gamma)}{\alpha - \beta} = \frac{2a^2(1 + e^{-aT})}{2e^{-aT} + aTe^{-aT} + aT - 2}$$

Condición de Jury 3, $|a_0| < a_1$

$$|-\gamma + \beta K| < 1 \quad \Rightarrow \quad K < \frac{1+\gamma}{\beta} = \frac{a^2(1 - e^{-aT})}{1 - aTe^{-aT} - e^{-aT}}$$

Solución del Ejercicio 9 (Numérica)

Ejemplo $a = 1$, $T = 1$ [s]: $\alpha = 0.3679$, $\beta = 0.2642$, $\gamma = -0.3679$.

$$F(z) = \begin{array}{l} z^2 + (-1.3679 + 0.3679K)z \\ +0.3679 + 0.2642K = 0 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} z^0 & z^1 & z^2 \\ 0.3679 + 0.2642K & -1.3679 + 0.3679K & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} F(1) = 0.6321K > 0, &\quad \Rightarrow \quad K > 0 \\ (-1)^2 F(-1) = 2.7358 - 0.1036K > 0, &\quad \Rightarrow \quad K < 26.4073 \\ |0.3679 + 0.2642K| < 1, &\quad \Rightarrow \quad K < 2.3925 \end{aligned}$$

Ejemplo $a = 1$, $T = 0.1$ [s]: $\alpha = 0.0048$, $\beta = 0.0047$, $\gamma = -0.9048$.

$$F(z) = \begin{array}{l} z^2 + (-1.9048 + 0.0048K)z \\ +0.9048 + 0.0047K = 0 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} z^0 & z^1 & z^2 \\ 0.9048 + 0.0047K & -1.9048 + 0.0048K & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} F(1) = 0.0095K > 0, &\quad \Rightarrow \quad K > 0 \\ (-1)^2 F(-1) = 3.8097 - 0.00016K > 0, &\quad \Rightarrow \quad K < 23810.625 \\ |0.9048 + 0.0047K| < 1, &\quad \Rightarrow \quad K < 20.2553 \end{aligned}$$

Ejercicio 10

Bosqueje la **traza de Nyquist** del sistema cuya función de transferencia discreta de lazo abierto es

$$G(z) = \mathcal{Z}\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}\cdot\frac{K}{s(s+a)}\right\} = K\frac{\alpha z+\beta}{(z-1)(z+\gamma)}$$

con $a>0$; $\alpha = \frac{-1+aT+e^{-aT}}{a^2}$; $\beta = \frac{1-aTe^{-aT}-e^{-aT}}{a^2}$; $\gamma = -e^{-aT}$. Utilice el *principio del argumento* para determinar los valores de la ganancia $K>0$ que garantizan **estabilidad de lazo cerrado**, considerando $a=1$ y $T=1$ [s].

Solución del Ejercicio 10

Tiempo Continuo

$$G(s) = \frac{K}{s(s+a)}$$

Tiempo Discreto

$$G(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{K}{s^2(s+a)}\right\} = K\frac{\alpha z + \beta}{(z-1)(z+\gamma)}$$

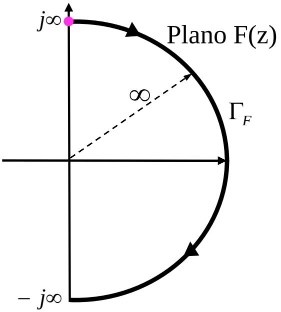
Tramo 1

Se cambia la variable $z \rightarrow 1 + \varepsilon e^{j\theta}$, con evaluación angular $\theta \in [\overrightarrow{-90^\circ, 90^\circ}]$.

$$GH(z) = K\frac{\alpha(1+\varepsilon e^{j\theta}) + \beta}{\varepsilon e^{j\theta}(1 + \varepsilon e^{j\theta} + \gamma)} \approx \frac{K}{\varepsilon e^{j\theta}}$$

Dado el radio ε cercano a cero,

$$G(z) \approx \infty e^{-j\theta}$$



Solución del Ejercicio 10

Tramo 2

$$G(e^{j\theta}) = K\frac{\alpha e^{j\theta}+\beta}{(e^{j\theta}-1)(e^{j\theta}+\gamma)}; \quad \theta \in [\overrightarrow{0^\circ, 180^\circ}]$$

$\theta \to 0^\circ$ (y giros completos)

$$G(e^{j0^\circ}) \to -\infty$$

$\theta \to 180^\circ$ (y giros completos)

$$G(e^{j180^\circ}) = -K\frac{\beta-\alpha}{2(\gamma-1)}$$

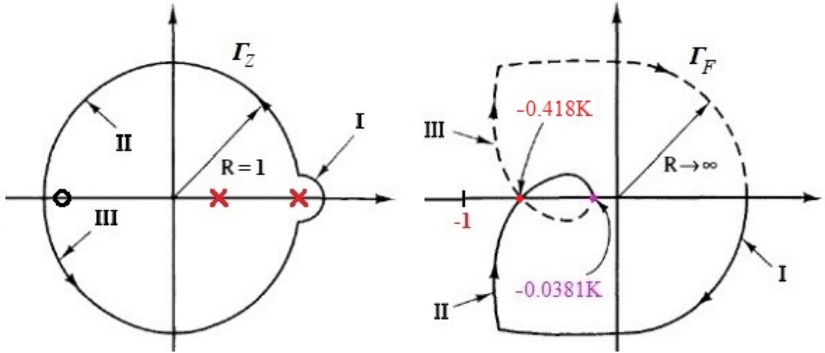
¡Existe cruce con el eje real!

$$\mathrm{Im}\{G(e^{j\theta_c})\} = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos(\theta_c) = \frac{\beta(1-\gamma)-\alpha(1+\gamma)}{2\beta}$$

†Para $a = 1$ y $T = 1$ [s]: $\alpha = 0.368$, $\beta = 0.264$, $\gamma = -0.368$.

$\theta_c = 75.88^\circ$; $\quad \mathrm{Re}\{G(e^{j75.88^\circ})\} = -0.418K$; $\quad G(e^{j180^\circ}) = -0.0381K$.

Solución del Ejercicio 10 (Principio del Argumento)

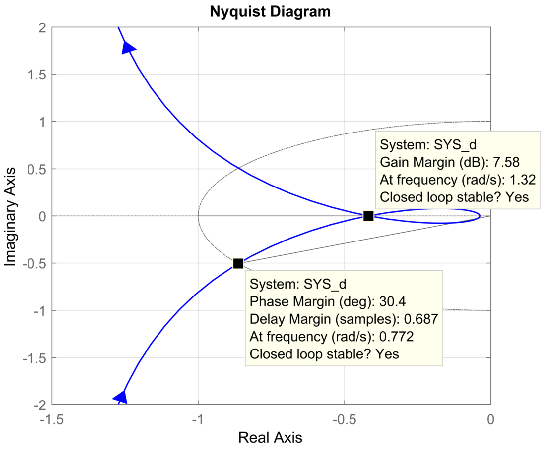


Ningún polo de $G(z)$ está por fuera del contorno Γ_z, *i.e.* $P = 0$. Para que $F(z) = 1 + G(z)$ no tenga ceros inestables ($Z = 0$), se debe cumplir $Z = N + P = 0 \Rightarrow N = 0$, es decir, el contorno Γ_F **no debe encircular** el punto $(-1, j0)$. Note que $0.418^{-1} = 2.392$.

Solución del Ejercicio 10 (Matlab)

Matlab

```
K=1; a=1;
SYS = tf([K],[1 a 0]);
Ts=1;
SYSd=c2d(SYS,Ts,'zoh');
figure;
nyquist(SYSd);
```



Márgenes de Estabilidad

$MF = 30.4$ [°]
$MG = 7.58$ [dB] (2.392)
Estable en lazo cerrado.

Ejercicio 11

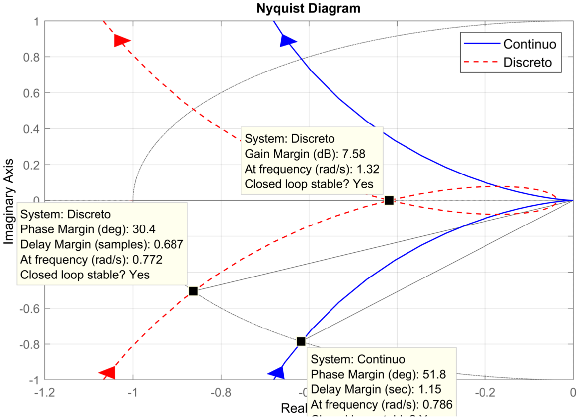
Dada la función de transferencia de lazo abierto

$$G(s) = \frac{K}{s(s+a)},$$

con $a = 1$. Utilice Matlab para construir un esquema de control para la **regulación automática** de la salida. Compare la **respuesta al escalón** del sistema en lazo cerrado en sus **versiones continua y discreta**, esta última obtenida con el **método del ROC** bajo el paso de muestreo $T = 1$ [s] y $T = 0.1$ [s], respectivamente.

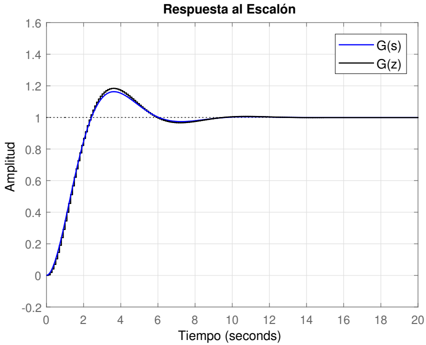
Solución del Ejercicio 11

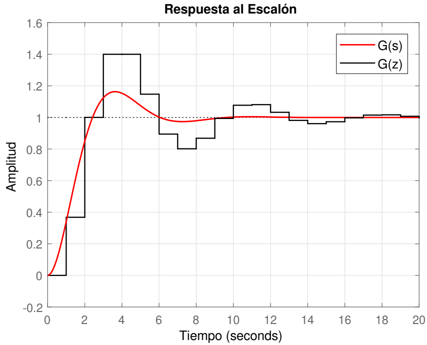
```
K=1; a=1;
G=tf([K],[1 a]);
nyquist(G);
hold on;
T=1;
Gd=c2d(G,T,'zoh');
nyquist(Gd);
```



El sistema en tiempo continuo tiene $MF = 51.8^{\circ}$ y $MG \rightarrow \infty$; cualquier ganancia $K > 0$ garantiza **estabilidad de lazo cerrado**. En tiempo discreto con $T = 1$ [s] se tiene $MF = 30.4^{\circ}$ y $MG = 7.58$ [dB], es decir, únicamente los valores de la ganancia $0 < K < 2.392$ aseguran **estabilidad de lazo cerrado**.

Solución del Ejercicio 11






```
CLP=feedback(G,1);
step(CLP); hold on;
T=0.1;
CLPd=feedback(Gd,1);
step(CLPd);
```

```
CLP=feedback(G,1);
step(CLP); hold on;
T=1;
CLPd=feedback(Gd,1);
step(CLPd);
```