

# Medición de potencia en sistemas eléctricos

Víctor Manuel Sánchez Esquivel/Antonio Salvá Calleja

---

---

## Objetivo de aprendizaje

Habilitar al estudiante en la medición de la *potencia activa*<sup>1</sup> y la *potencia reactiva* en sistemas eléctricos.

Llevar a cabo la medición de la potencia activa trifásica de una carga balanceada con un solo wattmetro.

Aprender el método de los dos wattmetros, para medir la potencia activa total en un circuito trifásico.

Determinar el factor de potencia en forma gráfica.

## Introducción teórica

Desde el punto de vista de la ingeniería eléctrica y económica es primordial conocer la cantidad de energía que demanda o consume por unidad de tiempo (*Potencia*) una carga eléctrica, la cual puede ser una instalación industrial, comercial, un inmueble habitacional o un equipo individual, etc., a la cual generalmente se alimenta con voltaje de corriente alterna de frecuencia de 60 [Hz].

Existen métodos para la medición de la potencia de cargas monofásicas, trifásicas equilibradas o desequilibradas, con alimentación de voltajes de corriente directa o corriente alterna. Estos métodos pueden ser directos o indirectos.

## Sistema Eléctrico Monofásico

En un sistema eléctrico de una fase, con una carga eléctrica predominantemente resistiva-inductiva, los fasores asociados a la tensión y corriente eléctrica están dados por

$$\mathbf{V} = |\mathbf{V}| \angle \theta + \phi \quad (1)$$

$$\mathbf{I} = |\mathbf{I}| \angle \theta \quad (2)$$

por lo que la *potencia compleja*  $S$ , la *potencia activa*  $P$  y la *potencia reactiva*  $Q$ , en el sistema eléctrico son<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} S &= \mathbf{V}\mathbf{I}^* = |\mathbf{V}| |\mathbf{I}| \angle \phi \\ S &= |\mathbf{V}| |\mathbf{I}| \cos \phi + |\mathbf{V}| |\mathbf{I}| \operatorname{sen} \phi \\ S &= P + jQ \end{aligned} \quad (3)$$

Conocidos  $S$ ,  $P$  y  $Q$  se construye el triángulo de potencias que aparece en la figura 1.

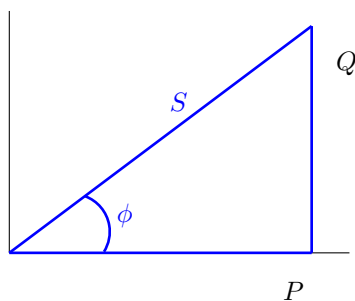


Figura 1. Triángulo de potencias de una red eléctrica con carga predominantemente resistiva-inductiva.

---

<sup>1</sup>La potencia activa se denomina frecuentemente, en la literatura relacionada, *potencia promedio* ya que corresponde al valor medio de la potencia instantánea  $p(t) = v(t)i(t)$ .

<sup>2</sup>Sea el número complejo  $z = x + jy$ , su complejo conjugado es el número complejo  $z^* = x - jy$ .

## Sistema Eléctrico Trifásico

Como consecuencia de sus características de eficiencia y economía el sistema eléctrico trifásico es el más difundido para distribuir y suministrar la energía eléctrica. La energía por unidad de tiempo total que se suministra, *potencia total*, es igual a la suma de las potencias de las cargas eléctricas de cada una de las fases, esto es

$$S_{3\phi} = S_{\phi a} + S_{\phi b} + S_{\phi c} \quad (4)$$

Para el circuito trifásico de la figura 2.

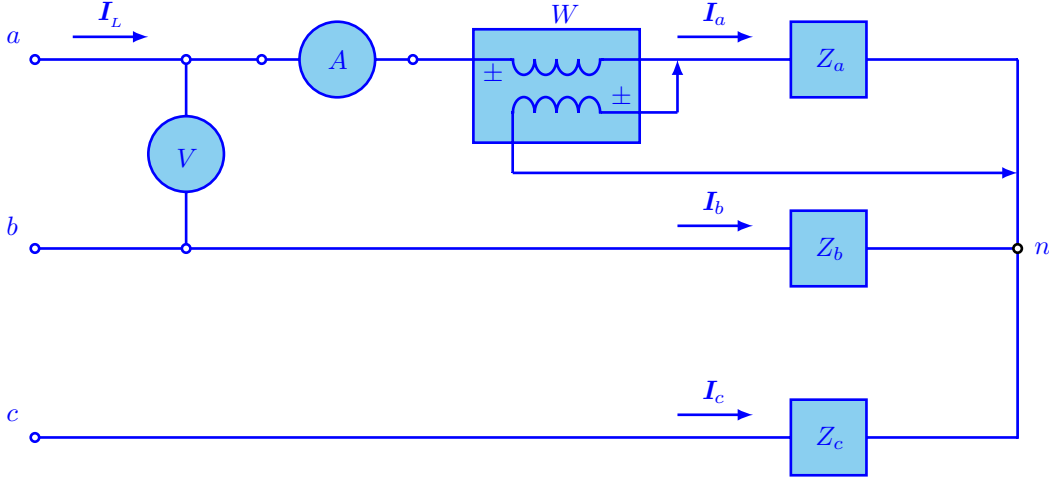


Figura 2. Medición de la potencia activa en un sistema trifásico balanceado conectado en estrella.

$$S_{3\phi} = \mathbf{V}_{an} \mathbf{I}_a^* + \mathbf{V}_{bn} \mathbf{I}_b^* + \mathbf{V}_{cn} \mathbf{I}_c^* \quad (5)$$

Si las impedancias de cada fase son iguales, es decir si  $Z_a = Z_b = Z_c = |Z| \angle \phi$  [ $\Omega$ ], entonces

$$|\mathbf{I}_a| = |\mathbf{I}_b| = |\mathbf{I}_c| = |\mathbf{I}_L|$$

y

$$\phi_a = \phi_b = \phi_c = \phi$$

la potencia compleja total es, sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación (5)

$$S_{3\phi} = |\mathbf{V}_{an}| |\mathbf{I}_a| \angle \phi + |\mathbf{V}_{bn}| |\mathbf{I}_b| \angle \phi + |\mathbf{V}_{cn}| |\mathbf{I}_c| \angle \phi$$

y dado que<sup>3</sup>

$$|\mathbf{V}_{an}| = |\mathbf{V}_{bn}| = |\mathbf{V}_{cn}| = |\mathbf{V}_F| = \frac{|\mathbf{V}_L|}{\sqrt{3}}$$

resulta

$$S_{3\phi} = 3 |\mathbf{V}_F| |\mathbf{I}_L| \angle \phi = \sqrt{3} |\mathbf{V}_L| |\mathbf{I}_L| \angle \phi \quad [\text{VA}] \quad (6)$$

De la ecuación (6), la potencia activa y la potencia reactiva son respectivamente

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} |\mathbf{V}_L| |\mathbf{I}_L| \cos \phi \quad [\text{W}] \quad (7)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} |\mathbf{V}_L| |\mathbf{I}_L| \sin \phi \quad [\text{VAR}] \quad (8)$$

Del análisis anterior, se puede concluir que para determinar la potencia activa total de un sistema trifásico balanceado conectado en estrella, puede utilizarse el esquema que se muestra en la figura 2, o sea<sup>4</sup>

$$P_{3\phi} = 3 \text{ veces la lectura del wattmetro}$$

<sup>3</sup>La relación entre los voltajes de línea y los voltajes de fase es:  $\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3} \mathbf{V}_{an} \angle 30^\circ$ ,  $\mathbf{V}_{bc} = \sqrt{3} \mathbf{V}_{bn} \angle 30^\circ$ ,  $\mathbf{V}_{ca} = \sqrt{3} \mathbf{V}_{cn} \angle 30^\circ$ .

<sup>4</sup>El voltímetro y el amperímetro no son necesarios, aparecen únicamente para testificar los valores del voltaje y la corriente.

donde la lectura del wattmetro es directamente proporcional al producto de la corriente eléctrica que fluye en su bobina de corriente por el voltaje de su bobina de tensión y por el coseno del ángulo de desfase entre tales entidades eléctricas y que *corresponde al ángulo de la impedancia de la carga eléctrica*.

El método de un wattmetro tiene la desventaja de que es necesario tener acceso al neutro  $n$ , lo que no es siempre posible, por ejemplo en una carga eléctrica conectada en delta. De aquí que para hacer mediciones de la potencia eléctrica trifásica promedio, se recorra a otro método; el cual se describe a continuación.

### Método de los dos wattmetros

Este método es el que comúnmente se utiliza para medir la potencia activa o promedio total en sistemas de tres fases. Un posible esquema de conexiones se muestra en la figura 3.

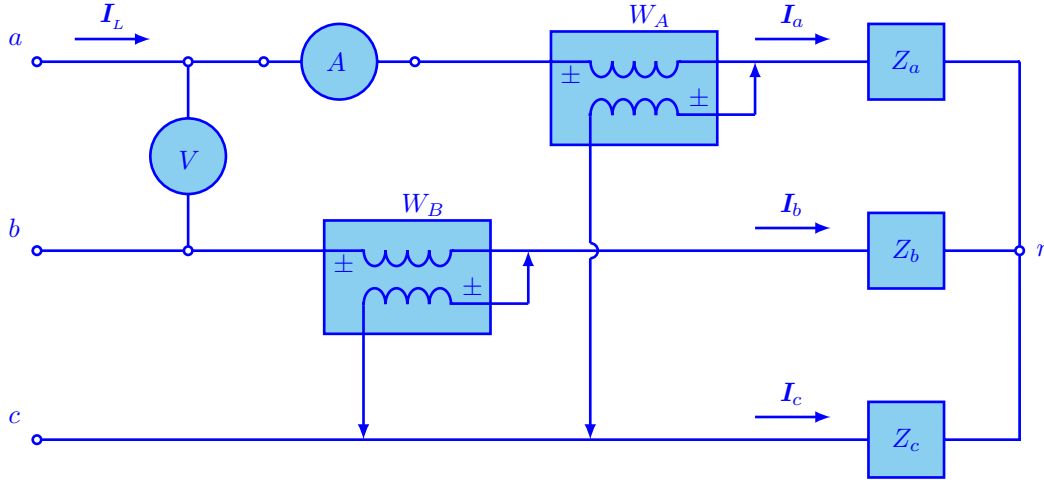


Figura 3. Método de los dos wattmetros para medir la *potencia promedio* total de un sistema trifásico.

La restricción de este método, es que la suma de las corrientes eléctricas de línea debe ser cero. Lo anterior se satisface cuando el neutro de la carga eléctrica se encuentra desconectado del neutro del sistema de suministro. El método es general y se emplea tanto para sistemas eléctricos balanceados y desbalanceados.

Por tanto, si

$$\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c = 0$$

se tiene

$$\mathbf{I}_c = -\mathbf{I}_a - \mathbf{I}_b \quad (9)$$

sustituyendo la ecuación (9) en la (5)

$$\begin{aligned} S_{3\phi} &= \mathbf{V}_{an}\mathbf{I}_a^* + \mathbf{V}_{bn}\mathbf{I}_b^* + \mathbf{V}_{cn}(-\mathbf{I}_a^* - \mathbf{I}_b^*) \\ S_{3\phi} &= (\mathbf{V}_{an} - \mathbf{V}_{cn})\mathbf{I}_a^* + (\mathbf{V}_{bn} - \mathbf{V}_{cn})\mathbf{I}_b^* \\ S_{3\phi} &= \mathbf{V}_{ac}\mathbf{I}_a^* + \mathbf{V}_{bc}\mathbf{I}_b^* \end{aligned} \quad (10)$$

La ecuación (10) es congruente con el esquema de la figura 3, ya que la bobina de tensión de  $W_A$  está conectada a las fases  $a$  y  $c$  y la bobina de tensión de  $W_B$  está conectada entre las fases  $b$  y  $c$  y en las bobinas de corriente de  $W_A$  y  $W_B$  circulan las corrientes de línea  $i_a$  e  $i_b$ , respectivamente.

Para una carga eléctrica, predominantemente resistiva-inductiva balanceada, el diagrama fasorial correspondiente se muestra en la figura 4. Según esta figura y suponiendo que  $|\mathbf{I}_a| = |\mathbf{I}_b| = |\mathbf{I}_c| = |\mathbf{I}_L|$  y  $|\mathbf{V}_{ab}| = |\mathbf{V}_{bc}| = |\mathbf{V}_{ca}| = |\mathbf{V}_L|$ , las potencias indicadas por cada wattmetro son

$$P_{W_A} = |\mathbf{V}_{ac}||\mathbf{I}_a| \cos(\phi - 30^\circ) = |\mathbf{V}_L||\mathbf{I}_L| \cos(\phi - 30^\circ) \quad (11)$$

$$P_{W_B} = |\mathbf{V}_{bc}||\mathbf{I}_b| \cos(\phi + 30^\circ) = |\mathbf{V}_L||\mathbf{I}_L| \cos(\phi + 30^\circ) \quad (12)$$

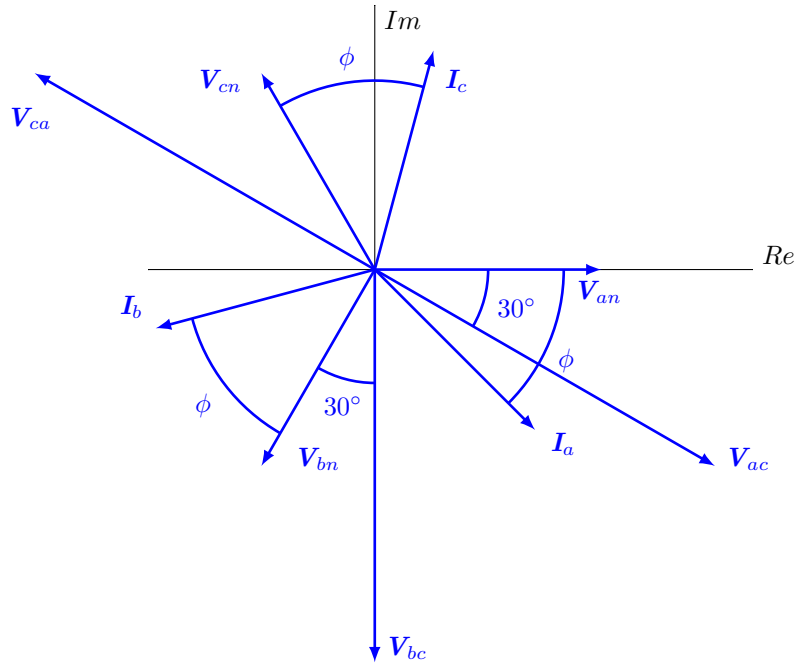


Figura 4. Diagrama fasorial de una carga resistiva-inductiva trifásica balanceada.

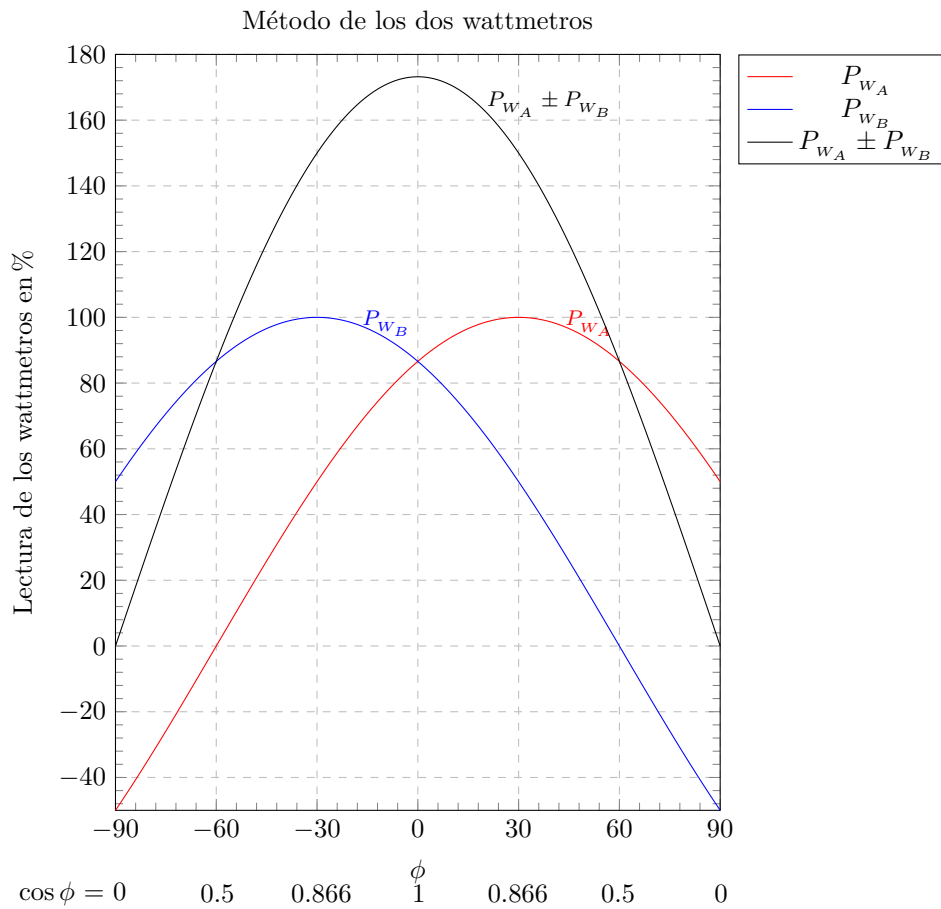


Figura 5. Gráficas de las lecturas de  $P_{W_A}$  y  $P_{W_B}$  en por ciento para el método de los dos wattmetros.

En la figura 5, se presentan las gráficas en por ciento de  $P_{3\phi}$ ,  $P_{W_A}$  y  $P_{W_B}$  para una carga eléctrica predominante-

mente resistiva-inductiva. La manera de utilizarla, una vez que se realizan las mediciones, consiste en dividir las lecturas indicadas por los wattmetros entre el producto  $|\mathbf{V}_L||\mathbf{I}_L|$  y a continuación determinar  $\phi$ . Cuando la carga eléctrica es resistiva-capacitiva los wattmetros se intercambian.

Cuando  $|\phi| > 60^\circ$ , uno de los wattmetros marca en sentido contrario, por lo que es necesario invertir la polaridad de su bobina de tensión y considerar su valor negativo para sumarlo algebraicamente con el valor que indica el otro wattmetro.

## Medición de potencia reactiva

La potencia reactiva total en un sistema trifásico es

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} |\mathbf{V}_L||\mathbf{I}_L| \text{ sen } \phi \quad [\text{VAR}] \quad (13)$$

en consecuencia, cuando la carga eléctrica es reactiva pura, un wattmetro marca cero ( $\phi = 90^\circ$ ). No obstante, es posible medir la potencia reactiva por medio de este instrumento al efectuar un desfase de  $90^\circ$  entre el flujo magnético de la bobina de tensión y el flujo magnético de la bobina de corriente. En los sistemas trifásicos, se obtiene este desfase conectando la bobina de corriente a una fase y la bobina de tensión entre las fases restantes, como se muestra en la figura 6.

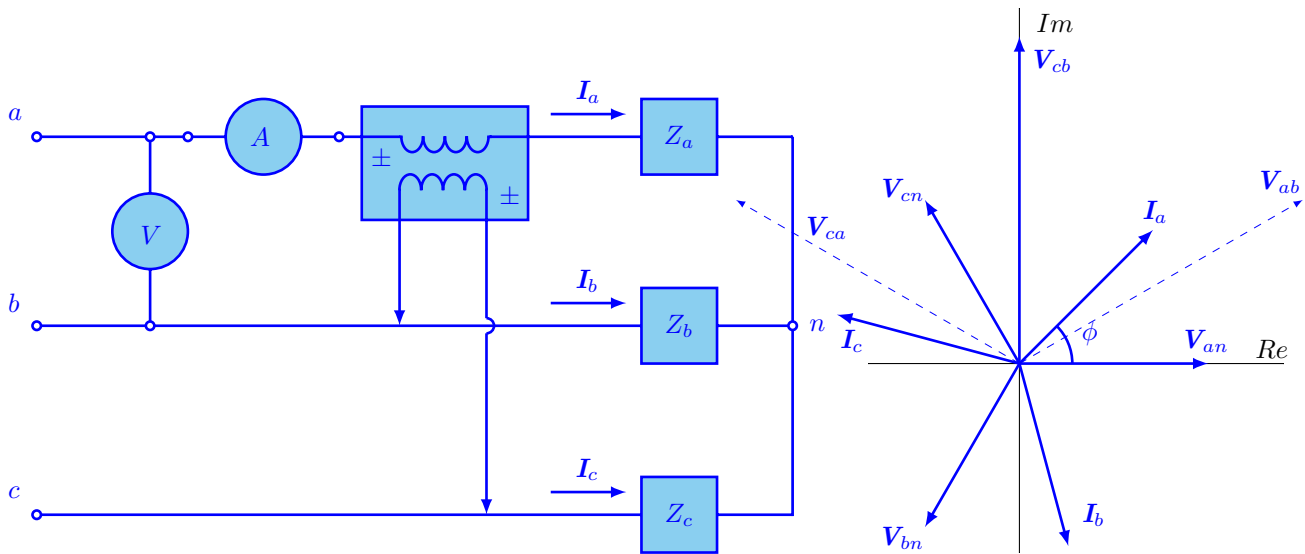


Figura 6. Conexión del wattmetro para medir potencia reactiva en un sistema trifásico y el diagrama fasorial correspondiente a una carga resistiva-capacitiva balanceada.

Del diagrama de fasores, se infiere que el valor que indica el wattmetro es

$$P_w = |\mathbf{V}_{cb}| |\mathbf{I}_a| \cos(90^\circ - \phi) = |\mathbf{V}_L||\mathbf{I}_L| \text{ sen } \phi \quad (14)$$

## Bibliografía

- Desoer, C. A. and Kuh, E.S. *Basic Circuit Theory*. New York: McGraw-Hill Company, 1969.  
 Johnson, D. E., Hilburn, J. L., Johnson, J. R. *Basic Electric Circuit Analysis*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1986.  
 Dorf, R. C., Svoboda, J. A. *Circuitos Eléctricos*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor, S. A. de C. V., 2011.  
 Hayt, W. H., Kemmerly, J. E. *Análisis de circuitos eléctricos en ingeniería*. México: Mc Graw Hill, 2007.  
 Sears, F. W. *Fundamentos de Física II. Electricidad y Magnetismo*. Madrid, España: Aguilar, S. A. de Ediciones, 1970.