

**PRÁCTICA 2**  
**Análisis sinusoidal permanente de circuitos trifásicos balanceados y desbalanceados**

Víctor Manuel Sánchez Esquivel/Antonio Salvá Calleja

---

---

## Objetivos de aprendizaje

Verificar experimentalmente, para un sistema de tres fases o trifásico:

La relación entre los voltajes de línea y los voltajes de fase.

La relación entre las corrientes eléctricas de línea y las corrientes eléctricas de fase.

Llevar a cabo el análisis de circuitos trifásicos balanceados y desbalanceados.

Para lograr estos objetivos, se emplea un dispositivo electrónico denominado *Simulador Trifásico Balanceado* (STB). El STB genera tres señales sinusoidales desfasadas  $120^\circ$  entre ellas. La amplitud de tales señales es de pocos volts y una frecuencia sensiblemente mayor a  $60 [Hz]$ .

## Introducción teórica

El simulador trifásico balanceado, es un dispositivo electrónico constituido por un *oscilador* y un banco de *filtros pasa todo*, con los cuales se generan tres voltajes desfasados  $120^\circ$  tal y como los presentaría un generador trifásico, pero con un *voltaje de fase* pequeño de amplitud  $8.0 [V]$  y una frecuencia de  $950 [Hz]$ , aproximadamente.

En la figura 3.1 se muestra una representación como bloque del STB, en el que es de notar que los voltajes correspondientes a las salidas *a*, *b* y *c*, son *tensiones* con respecto al neutro *n*. Se denominan *voltajes o tensiones de fase*.

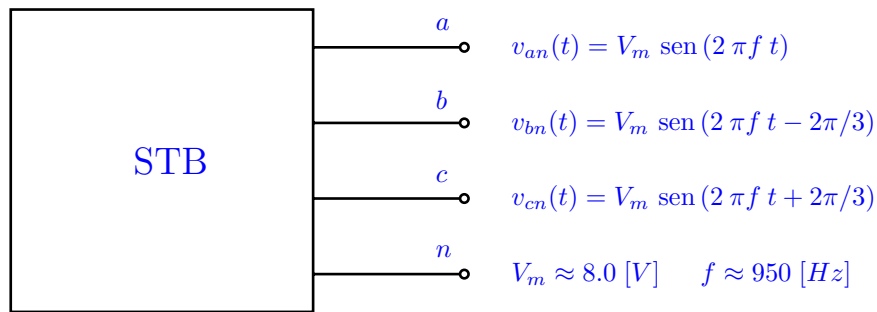


Figura 3.1. Simulador Trifásico Balanceado.

En la figura 3.2 se observa, por medio de *fasores*<sup>1</sup> la correspondencia entre los voltajes o tensiones de fase y los denominados *voltajes o tensiones de línea*. La correlación entre ellos se determina a continuación.

Si el sistema trifásico es de *secuencia de fase positiva* o *abc*, esto es, que los voltajes de fase suceden en el siguiente orden  $V_{an}, V_{bn}, V_{cn}, V_{an}, V_{bn}, \dots$ ; la relación entre ellos y los voltajes de línea  $V_{ab}, V_{bc}$  y  $V_{ca}$  se puede determinar de la siguiente manera.

Si  $V_{an} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$ ,  $V_{bn} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle -120^\circ$  y  $V_{cn} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle 120^\circ$ , dado que

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = V_{an} + V_{nb}$$

entonces

$$V_{ab} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ + \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle 60^\circ = \frac{V_m}{\sqrt{2}} [\cos(0^\circ) + j \text{sen}(0^\circ) + \cos(60^\circ) + j \text{sen}(60^\circ)]$$
$$V_{ab} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \left[ 1 + j0 + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \left[ \frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \sqrt{3} \angle 30^\circ = \sqrt{3} V_{an} \angle 30^\circ$$

---

<sup>1</sup>Fasor: es un segmento de recta dirigido que gira alrededor del origen, a una velocidad constante, y cuya proyección sobre una dirección de referencia genera una función sinusoidal.

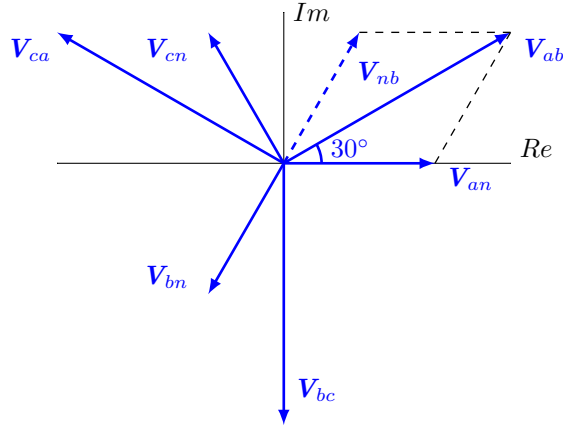


Figura 3.2. Diagrama fasorial de voltajes de línea y voltajes de fase.

Este resultado se puede apreciar gráficamente en la figura 3.2.

Procediendo de manera similar, se tiene

$$\mathbf{V}_{bc} = \sqrt{3} \mathbf{V}_{bn} \angle 30^\circ \quad \mathbf{V}_{ca} = \sqrt{3} \mathbf{V}_{cn} \angle 30^\circ$$

Asimismo, para determinar la correspondencia entre las *corrientes de línea* y las *corrientes de fase*, se recurre a la red eléctrica de la figura 3.3 (*conexión delta*).

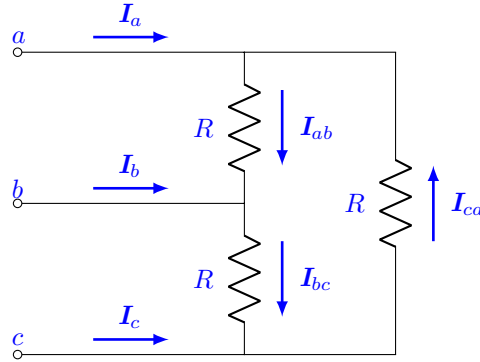


Figura 3.3. Corrientes de línea y corrientes de fase.

Si las corrientes eléctricas de fase son  $\mathbf{I}_{ab} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$ ,  $\mathbf{I}_{bc} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle -120^\circ$  e  $\mathbf{I}_{ca} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle 120^\circ$ , de la ley de corrientes de Kirchhoff (LCK), se tiene que la corriente de línea  $\mathbf{I}_a$  es

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca} = \mathbf{I}_{ab} + \mathbf{I}_{ac}$$

entonces

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_a &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ + \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle -60^\circ = \frac{I_m}{\sqrt{2}} [\cos(0^\circ) + j \operatorname{sen}(0^\circ) + \cos(-60^\circ) + j \operatorname{sen}(-60^\circ)] \\ \mathbf{I}_a &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \left[ 1 + j0 + \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \left[ \frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{3} \angle -30^\circ = \sqrt{3} \mathbf{I}_{an} \angle -30^\circ \end{aligned}$$

Procediendo de igual manera, las otras corrientes de línea son

$$\mathbf{I}_b = \sqrt{3} \mathbf{I}_{bc} \angle -30^\circ \quad \mathbf{I}_c = \sqrt{3} \mathbf{I}_{ca} \angle -30^\circ$$

En la figura 3.4 se muestran los fasores correspondientes a las corrientes de línea y las corrientes de fase para un sistema trifásico de secuencia de fase positiva.

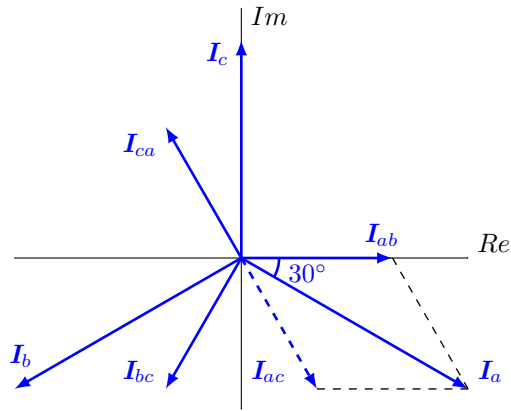


Figura 3.4. Diagrama fasorial de corrientes de línea y corrientes entre líneas.

Cabe señalar que si las impedancias de una carga balanceada no son resistivas puras, las corrientes de fase y por consiguiente las corrientes de línea también son balanceadas, pero con un desplazamiento angular de atraso cuando la reactancia <sup>2</sup> es inductiva o un desplazamiento angular de adelanto si la reactancia es capacitiva.

En otro orden de ideas, es importante señalar que cuando la carga trifásica es balanceada no es necesario analizar todo el circuito trifásico, basta considerar una sola fase, ya que las corrientes de las otras fases tienen la misma magnitud pero con un desfase de  $\pm 120^\circ$ , respectivamente. El circuito eléctrico asociado a una sola fase recibe el nombre de *diagrama unifilar*.

En la figura 3.5, se muestra un *diagrama trifilar* y su diagrama unifilar asociado, en donde la fase de referencia es la correspondiente a  $V_{an}$ . Si la carga trifásica balanceada está conectada en estrella, su impedancia  $Z$  en el diagrama unifilar es la propia de cada rama de la estrella. Empero, si la carga trifásica balanceada está conectada en delta, su impedancia  $Z$  en el diagrama unifilar es un tercio de la propia de cada rama de la delta.

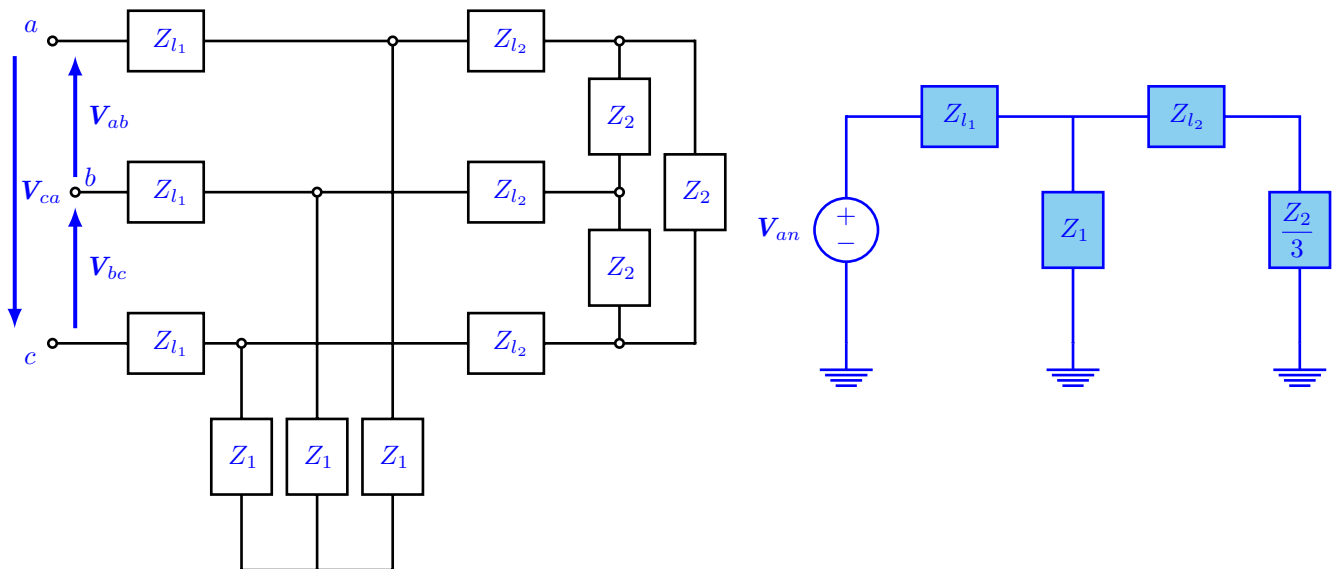


Figura 3.5. Diagrama trifilar y su diagrama unifilar asociado.

<sup>2</sup>Reactancia: la parte imaginaria de la impedancia.

## Desarrollo

Conecte el Simulador Trifásico Balanceado y enciéndalo, observe en un osciloscopio las formas de onda de los voltajes en las terminales  $a$  y  $b$  debiendo existir un retraso de  $120^\circ$  de la salida en  $b$  con respecto a la salida en  $a$ , siendo las amplitudes correspondientes, iguales. Observe a continuación, los voltajes en las terminales  $a$  y  $c$  debiendo existir un adelanto de  $120^\circ$  de la salida en  $c$  con respecto a la salida en  $a$ , con las amplitudes de ambas salidas idénticas. Esta secuencia de voltajes o tensiones recibe el nombre de secuencia de fase positiva o  $abc$ . En caso de tener alguna disconformidad, solicite la ayuda de su profesor.

### Experimento 1

En el circuito eléctrico que se muestra en la figura 3.5.

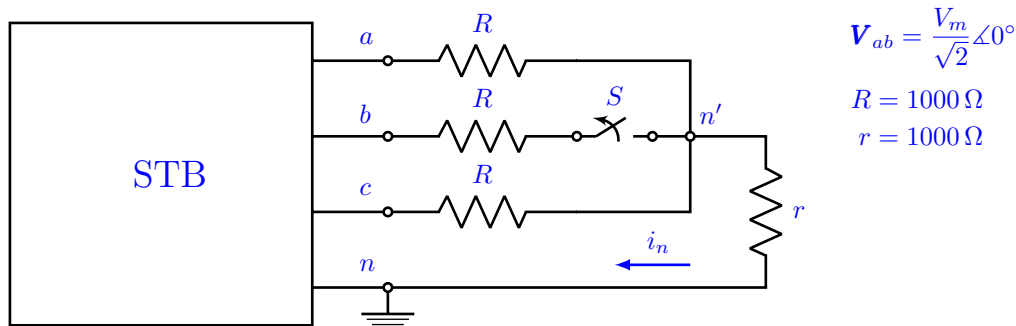


Figura 3.6. Circuito trifásico balanceado conectado en estrella.

- Con el interruptor  $S$  cerrado, observe el voltaje correspondiente al resistor  $r$ .
- Con el interruptor  $S$  abierto, observe el voltaje correspondiente al resistor  $r$ .
- ¿Qué concluye de los incisos a) y b) anteriores, con relación a la corriente  $i_n$  en el resistor  $r$ .
- Con el interruptor  $S$  cerrado, observe las formas de onda correspondientes a los voltajes  $V_{ab}$  y  $V_{n'b}$ . Para realizar esta observación, conecte la tierra del osciloscopio en la terminal  $b$  del STB y los canales A y B del osciloscopio en las terminales  $a$  y  $n'$  respectivamente. *Desconecte la tierra del osciloscopio de la tierra del circuito eléctrico.* Dibuje y acote los fasores correspondientes a  $V_{ab}$  y  $V_{bn'}$ .
- ¿Cuál es la razón de  $\frac{|V_{ab}|}{|V_{bn'}|}$ ?

### Experimento 2

En el circuito eléctrico que se muestra en la figura 3.7.

- Conecte la tierra del osciloscopio al nodo  $c'$  y los canales A y B a la terminal  $c$  y al nodo  $a'$  respectivamente. Las formas de onda que se observan serán proporcionales a las corrientes eléctricas  $i_c$  e  $i_{a'c'}$ .
- Conocidos los valores de los resistores  $R$  y  $r$ , calcule la razón de  $\frac{|I_c|}{|I_{c'a'}|}$ .
- Dibuje y acote los fasores asociados a  $v_{ab}$ ,  $i_c$  e  $i_{c'a'}$ .

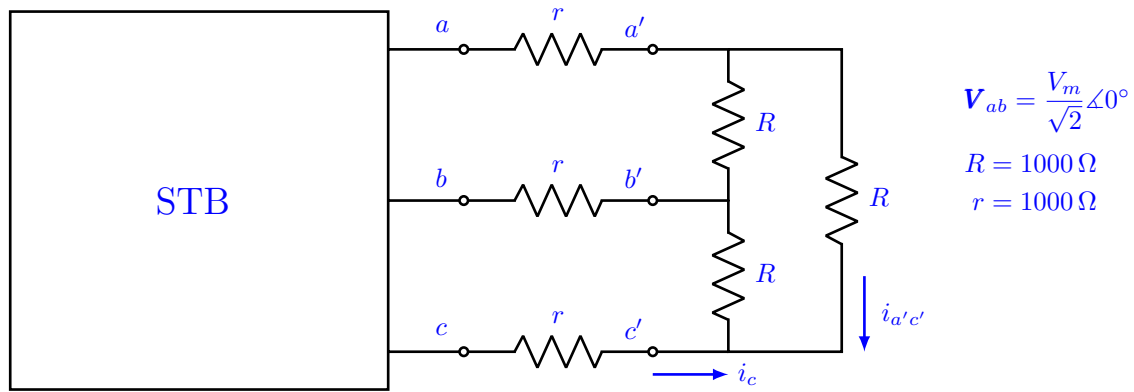


Figura 3.7. Circuito trifásico balanceado conectado en delta.

### Experimento 3

En el circuito eléctrico que se muestra en la figura 3.8.

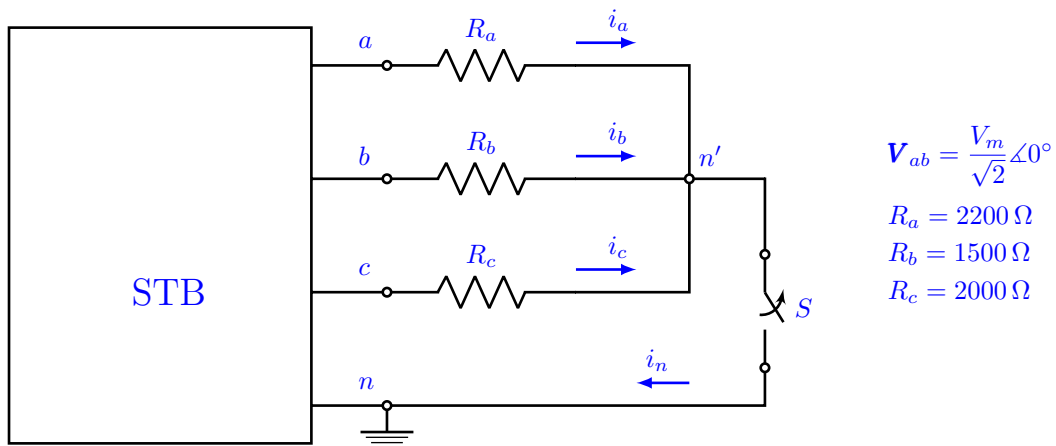


Figura 3.8. Circuito trifásico desbalanceado conectado en estrella.

Con el interruptor  $S$  cerrado, realice lo siguiente:

- Observe en el osciloscopio los voltajes  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$ ,  $v_{cn}$  y  $v_{n'n}$ . A partir de las observaciones anteriores, determine los siguientes fasores:

$$\mathbf{V}_{an}, \mathbf{V}_{bn}, \mathbf{V}_{cn}, \mathbf{V}_{n'n}, \mathbf{I}_a, \mathbf{I}_b \text{ e } \mathbf{I}_c$$

- Dibuje y acote los fasores asociados a:

$$v_{ab}, v_{an}, v_{bn}, v_{cn}, v_{n'n}, i_a, i_b \text{ e } i_c$$

- ¿Compare sus resultados experimentales con sus cálculos teóricos. ¿Qué concluye?

Con el interruptor  $S$  abierto, realice lo siguiente:

- Observe en el osciloscopio los voltajes  $v_{an}$  y  $v_{n'n}$ , a continuación  $v_{bn}$  y  $v_{n'n}$  y finalmente  $v_{cn}$  y  $v_{n'n}$ . A partir de las observaciones anteriores, determine

$$\mathbf{V}_{an}, \mathbf{V}_{bn}, \mathbf{V}_{cn}, \mathbf{V}_{n'n}, \mathbf{I}_a, \mathbf{I}_b \text{ e } \mathbf{I}_c$$

Lo anterior se puede realizar con la ayuda de las siguientes expresiones

---

---

$$\mathbf{I}_a = \frac{\mathbf{V}_{an} - \mathbf{V}_{n'n}}{R_a}$$
$$\mathbf{I}_b = \frac{\mathbf{V}_{bn} - \mathbf{V}_{n'n}}{R_b}$$
$$\mathbf{I}_c = \frac{\mathbf{V}_{cn} - \mathbf{V}_{n'n}}{R_c}$$

- e) Dibuje y acote los fasores asociados a  $v_{ab}$ ,  $v_{an}$ ,  $v_{bn}$ ,  $v_{cn}$ ,  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ .
- f) ¿Compare sus resultados experimentales con sus cálculos teóricos. ¿Qué concluye?

## Equipo necesario

- 1 Simulador Trifásico Balanceado
- 1 Osciloscopio

## Material necesario

- 1 Resistor de 2.2 k $\Omega$ , 0.5 watt
- 6 Resistores de 1 k $\Omega$ , 0.5 watt

## Cuestionario previo

1. Demuestre la transformación de una carga trifásica conectada en estrella a una carga trifásica conectada en delta.
2. Demuestre la transformación de una carga trifásica conectada en delta a una carga trifásica conectada en estrella.
3. Encuentre los fasores  $\mathbf{I}_a$ ,  $\mathbf{I}_b$  e  $\mathbf{I}_c$  asociados a las corrientes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  del experimento 3, con el interruptor  $S$  cerrado y con el interruptor  $S$  abierto.

Suponga  $\mathbf{V}_{ab} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$  y  $f = 950$  [Hz].

## Bibliografía

- Desoer, C. A. and Kuh, E.S. *Basic Circuit Theory*. New York: McGraw-Hill Company, 1969.
- Dorf, R. C., Svoboda, J. A. *Circuitos Eléctricos*. México, D. F.: Alfaomega Grupo Editor, S. A. de C. V., 2011.
- Hayt, W. H., Kemmerly, J. E. *Análisis de circuitos eléctricos en ingeniería*. México: Mc Graw Hill, 2007.
- Johnson, D. E., Hilburn, J. L., Johnson, J. R. *Basic Electric Circuit Analysis*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1986.