Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería
División de Ingeniería Eléctrica

Análisis de Circuitos Eléctricos | Responsable: M.I Gloria Mata Hernández
Proyecto PAPIME PE100920 | Elaboró: Fernando Rivera Pérez


## Métodos de análisis

Los métodos de análisis de redes se utilizan para determinar los voltajes y las corrientes en cada una de las ramas que conforman un circuito eléctrico. Básicamente se aplica la ley de voltajes de Kirchhoff y la ley de corrientes de Kirchhoff. Cuando se aplica la LVK las incógnitas son las corrientes de malla y cuando se aplica la LCK las incógnitas son los voltajes de nodo. La aplicación de los métodos de análisis de redes tiene la finalidad de obtener el mínimo número de ecuaciones linealmente independientes que permita determinar las incógnitas ya sea corrientes de malla o voltaje de nodo.

## Método directo con LVK

Las corrientes de malla son las incógnitas a determinar, con las cuales se determinan las corrientes de rama y a su vez los voltajes de rama. En su forma más simple el método directo aplica la LVK en cada malla del circuito con sólo fuentes independientes de voltaje e impedancias. Por facilidad se consideran las siguientes convenciones: Las corrientes de malla se establecen en sentido horario. Si la corriente de la malla analizada sale de la fuente de voltaje de excitación su valor se considera positivo, en caso contrario es negativo como se muestra en la Figura 1.

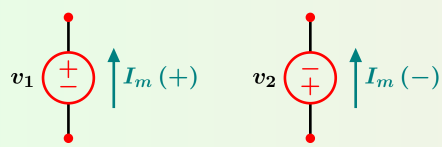


**Figura 1:** Convención de signos.

Se establece de forma directa la matriz de voltajes de malla $\boldsymbol{V_M}$ que corresponde precisamente a la Ley de Ohm matricial, esto es:

**Forma matricial de la ley de Ohm**
$$V_M = Z_M\, I_M$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1M} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2M} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ z_{M1} & z_{M2} & \cdots & z_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_M \end{bmatrix}$$

En donde:

$\boldsymbol{V_M}$ es el vector de voltajes de excitación de mallas $(M)$ de orden $M \times 1$.

$\boldsymbol{Z_M}$ es la matriz cuadrada de impedancias de mallas de orden $M \times M$ con elementos $z_{jk}$ ($j$ – Renglón $k$ – Columna).

$\boldsymbol{I_M}$ es el vector de corrientes de mallas de orden $M \times 1$.

El método establece:

1. Se identifica las corrientes de malla (en sentido horario) y las corrientes de rama (con sentido arbitrario).

2. Se plantea la Ley de Ohm matricial. Cada elemento de $\boldsymbol{V_M}$ es la suma de voltajes de excitación en cada malla de acuerdo con la convención de signos de la Figura 1. Los elementos $z_{jk}$ $(j = k)$ de la diagonal de $\boldsymbol{Z_M}$ es la suma de impedancias en cada malla.

   El resto de los elementos $z_{jk}$ $(j \neq k)$ corresponden al valor negativo de la impedancia en común de la malla analizada con respecto al resto de las mallas, siendo simétrica con respecto a la diagonal. Si no hay impedancia en común entre las mallas $j - k$, $z_{jk} = 0$.

3. Se determina el vector de corrientes de mallas mediante $\boldsymbol{I_M} = \boldsymbol{Z_M^{-1}}\, \boldsymbol{V_M}$.

4. Se determinan las corrientes de rama, la cual tendrá signo positivo si tiene la misma dirección que la corriente de malla, o bien será la diferencia de corrientes de malla si la rama se encuentra entre dos mallas. A partir de las corrientes de rama se obtienen los voltajes de rama.

## Ejemplo con LVK

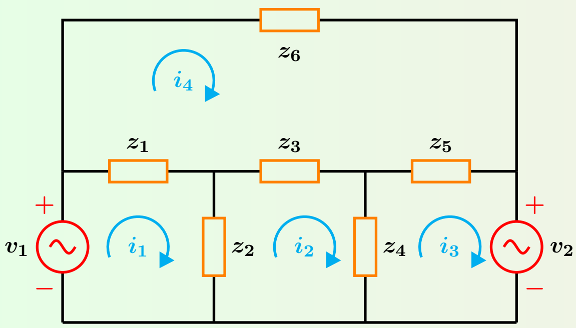


**Figura 2:** Circuito de ejemplo.

Al aplicar los pasos del método directo se obtienen los vectores columna de excitación de voltajes de malla $\boldsymbol{V_M}$ y de corrientes de malla $\boldsymbol{I_M}$, así como la matriz de impedancias $\boldsymbol{Z_M}$, las cuales se muestran enseguida.

$$V_M = \begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \\ -v_2 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad I_M = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix}$$

$$Z_M = \begin{bmatrix} z_1 + z_2 & -z_2 & 0 & -z_1 \\ -z_2 & z_2 + z_3 + z_4 & -z_4 & -z_3 \\ 0 & -z_4 & z_4 + z_5 & -z_5 \\ -z_1 & -z_3 & -z_5 & z_1 + z_4 + z_5 + z_6 \end{bmatrix}$$

## Método directo con LCK

Los voltajes de nodo son las incógnitas a determinar, con los cuales se determinan las corrientes de rama. En su forma más simple el método directo aplica la LCK en cada nodo del circuito con sólo fuentes independientes de corriente e impedancias. Por facilidad se consideran las siguientes convenciones: Si una fuente de corriente entra a un nodo se considera positiva, en caso contrario es negativa como se muestra en la Figura 3.

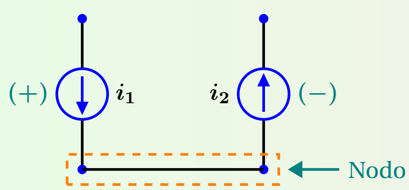


**Figura 3:** Convención de signos.

Se establece de forma directa la matriz de corrientes de nodos $\boldsymbol{I_N}$ que corresponde precisamente a la Ley de Ohm matricial, esto es:

**Forma matricial de la ley de Ohm**

$$I_N = Y_N\, V_N$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1N} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{N1} & y_{N2} & \cdots & y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix}$$

En donde:

$\boldsymbol{V_N}$ es el vector de voltajes de nodo ($N$) de orden $N \times 1$.

$\boldsymbol{Y_N}$ es la matriz cuadrada de admitancias de nodo de orden $N \times N$ con elementos $y_{jk}$ ($j$ — Renglón $k$ — Columna).

$\boldsymbol{I_N}$ es el vector de excitación de corrientes de nodo de orden $N \times 1$.

El método establece:

1. Se identifican los nodos principales y el nodo de tierra, la dirección de las corrientes de rama se asignan de forma arbitraria.

2. Se plantea la Ley de Ohm matricial. Cada elemento de $\boldsymbol{I_N}$ es la suma de las corrientes de excitación en cada nodo de acuerdo con la convención de signos de la Figura 3. Los elementos $y_{jk}$ ($j = k$) de la diagonal de $\boldsymbol{Y_M}$ es la suma de admitancias conectadas en cada nodo.

   El resto de los elementos $y_{jk}$ ($j \neq k$) corresponden al valor negativo de la suma de las admitancias conectadas entre el nodo $j$ y el nodo $k$, si no hay admitancia en común entre dichos nodos entonces $y_{jk} = 0$.

3. Se determina el vector de voltajes de nodo mediante $V_N = Y_N^{-1}\, I_N$.

4. Se determinan las corrientes de rama como la diferencia de los voltajes de nodo entre la impedancia de la propia rama.

## Ejemplo con LCK

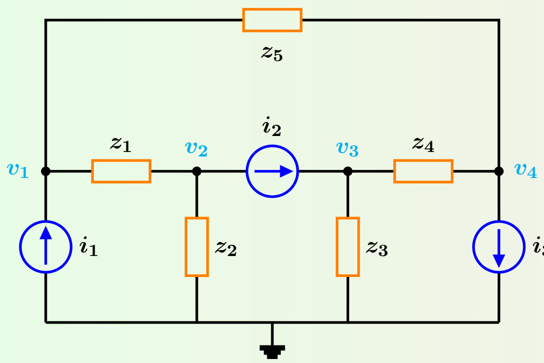


**Figura 4:** Circuito de ejemplo.

Si se aplican los pasos del método directo, se obtienen el vector de excitación de corrientes de nodo $\boldsymbol{I_N}$, el vector de voltajes de nodo $\boldsymbol{V_N}$ y la matriz de admitancias $\boldsymbol{Y_N}$, las cuales se muestran a continuación.

$$\boldsymbol{V_N} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{I_N} = \begin{bmatrix} i_1 \\ -i_2 \\ i_2 \\ -i_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Y_N} = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_5} & \frac{-1}{z_1} & 0 & \frac{-1}{z_5} \\ \frac{-1}{z_1} & \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4} & \frac{-1}{z_4} \\ \frac{-1}{z_5} & 0 & \frac{-1}{z_4} & \frac{1}{z_4} + \frac{1}{z_5} \end{bmatrix}$$