Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería
División de Ingeniería Eléctrica

Análisis de Circuitos Eléctricos — Responsable: M.I Gloria Mata Hernández
Proyecto PAPIME PE100920 — Elaboró: Fernando Rivera Pérez

Potencia compleja

Si la carga de la Figura 1 tiene asociados los fasores de voltaje y corriente $\mathbb{V} = \boldsymbol{V} \angle \phi_v$ e $\mathbb{I} = \boldsymbol{I} \angle \phi_i$ la potencia compleja $\mathbb{S}$ es:

Potencia Compleja
$$\mathbb{S} = \mathbb{V}\,\mathbb{I}^*$$

Forma rectangular
$$\mathbb{S} = \boldsymbol{P} + j\boldsymbol{Q}$$

Potencia activa
$$\boldsymbol{P} = \mathrm{Re}\,(\mathbb{S})$$

Potencia reactiva
$$\boldsymbol{Q} = \mathrm{Im}\,(\mathbb{S})$$

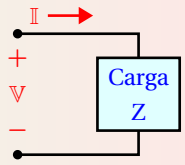
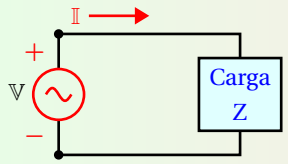


Figura 1: Impedancia.

Potencia aparente
$$\boldsymbol{S} = \sqrt{\boldsymbol{P^2} + \boldsymbol{Q^2}}$$

Potencias activa y reactiva

Para el circuito de la Figura 2 si los fasores de voltaje y corriente en magnitud RMS son $\mathbb{V} = \boldsymbol{V} \angle \phi_v$ e $\mathbb{I} = \boldsymbol{I} \angle \phi_i$, entonces las potencias activa y reactiva en la carga se obtienen mediante:



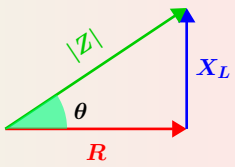


Figura 2: Impedancia y triángulo de impedancia.

Potencia activa
$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}\,\boldsymbol{I}\cos\left(\phi_v - \phi_i\right)$$

Potencia reactiva
$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{V}\,\boldsymbol{I}\sin\left(\phi_v - \phi_i\right)$$

Triángulo de potencias

El triángulo de potencias relaciona de manera gráfica las tres cantidades $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ y $\boldsymbol{S}$.

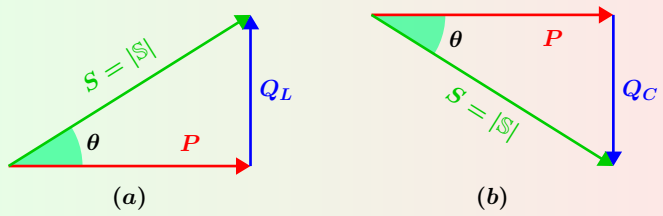


Figura 3: Triángulo de potencias: (a) inductivo, (b) capacitivo.

Factor de potencia

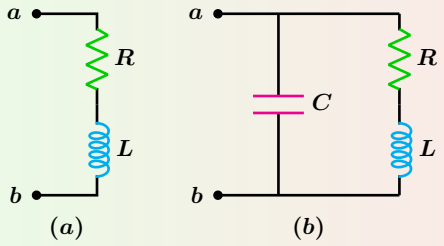
El factor de potencia f_p es el cociente entre la potencia activa y la potencia aparente ver Figura 3. Es también igual al coseno del ángulo del triángulo de impedancia de la Figura 2.

$$f_p = \cos\left(\theta\right) = \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{S}}$$

$$f_p = \cos\left(\theta\right) = \frac{\boldsymbol{R}}{|\boldsymbol{Z}|}$$

Corrección del Factor de potencia

Carga original (a), carga corregida (b).



$$C = \frac{L - \dfrac{R}{\omega}\sqrt{\dfrac{1}{{f_P}^2} - 1}}{R^2 + (L\omega)^2}$$

f_p = Nuevo factor de potencia.

ω = Frecuencia de operación.

Sistema trifásico Y balanceado

En un sistema de tres fases Y-Y, las corrientes de línea que salen del generador, son las mismas que las corrientes de fase en las cargas.

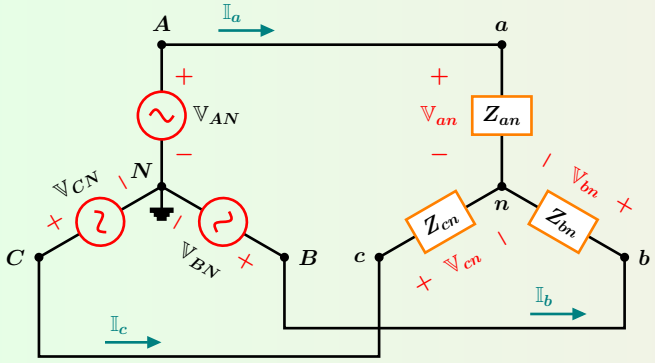


Figura 4: Circuito Trifásico Estrella - Estrella.

Corrientes de línea

$$\mathbb{I}_a = \frac{\mathbb{V}_{an}}{Z_{an}} \qquad \mathbb{I}_b = \frac{\mathbb{V}_{bn}}{Z_{bn}} \qquad \mathbb{I}_c = \frac{\mathbb{V}_{cn}}{Z_{cn}}$$

Voltajes de Fase

$$\mathbb{V}_{an} = V \angle \phi_v$$
$$\mathbb{V}_{bn} = V \angle \phi_v - 120°$$
$$\mathbb{V}_{cn} = V \angle \phi_v + 120°$$

Voltajes de línea

$$\mathbb{V}_{ab} = \left(\sqrt{3} \angle -30°\right) \mathbb{V}_{an}$$
$$\mathbb{V}_{bc} = \left(\sqrt{3} \angle -30°\right) \mathbb{V}_{bn}$$
$$\mathbb{V}_{ca} = \left(\sqrt{3} \angle -30°\right) \mathbb{V}_{cn}$$

Sistema trifásico Δ balanceado

En un sistema de tres fases balanceado $Y - \Delta$, los voltajes de línea son iguales a los voltajes de fase de la carga en Δ.

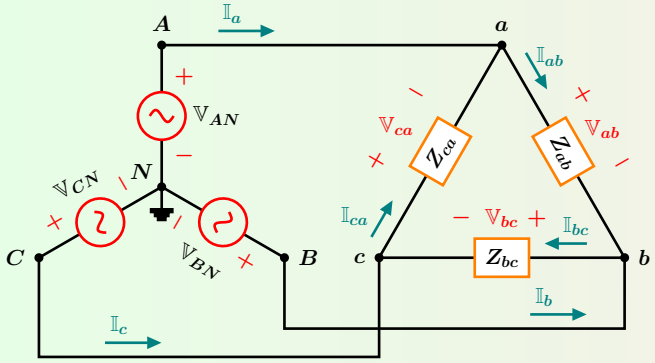


Figura 5: Circuito Trifásico Estrella - Delta.

Corrientes de fase

$$\mathbb{I}_{ab} = \frac{\mathbb{V}_{ab}}{Z_{ab}} \qquad \mathbb{I}_{bc} = \frac{\mathbb{V}_{bc}}{Z_{bc}} \qquad \mathbb{I}_{ca} = \frac{\mathbb{V}_{ca}}{Z_{ca}}$$

Voltajes de Fase

$$\mathbb{V}_{ab} = V \angle \phi_v$$
$$\mathbb{V}_{bc} = V \angle \phi_v - 120°$$
$$\mathbb{V}_{ca} = V \angle \phi_v + 120°$$

Corrientes de línea

$$\mathbb{I}_a = \left(\sqrt{3} \angle -30°\right) \mathbb{I}_{ab}$$
$$\mathbb{I}_b = \left(\sqrt{3} \angle -30°\right) \mathbb{I}_{bc}$$
$$\mathbb{I}_c = \left(\sqrt{3} \angle -30°\right) \mathbb{I}_{ca}$$

Sistema trifásico Δ desbalanceado

El sistema es desbalanceado si por lo menos una de las impedancias de carga es diferentes.

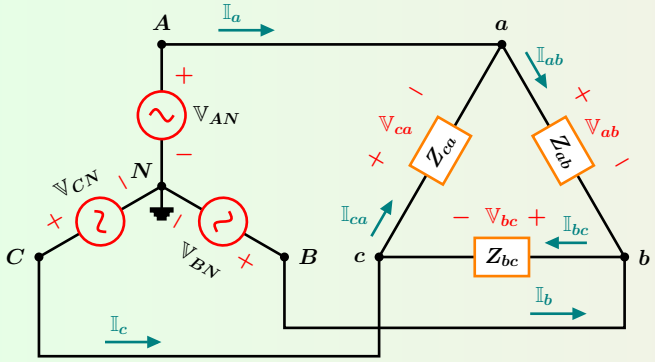


Figura 6: Circuito Trifásico Estrella - Delta.

Corrientes de línea

$$\mathbb{I}_a = \mathbb{I}_{ab} - \mathbb{I}_{ca} \qquad \mathbb{I}_b = \mathbb{I}_{bc} - \mathbb{I}_{ab} \qquad \mathbb{I}_c = \mathbb{I}_{ca} - \mathbb{I}_{bc}$$

Voltajes del Generador

$$\mathbb{V}_{AN} = V \angle \phi_v$$
$$\mathbb{V}_{BN} = V \angle \phi_v - 120°$$
$$\mathbb{V}_{CN} = V \angle \phi_v + 120°$$

Voltajes de Fase

$$\mathbb{V}_{ab} = \left(\sqrt{3} \angle 30°\right) \mathbb{V}_{AN}$$
$$\mathbb{V}_{bc} = \left(\sqrt{3} \angle 30°\right) \mathbb{V}_{BN}$$
$$\mathbb{V}_{ca} = \left(\sqrt{3} \angle 30°\right) \mathbb{V}_{CN}$$