Tema 2

ANÁLISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Respuesta transitoria de circuitos de 1er orden

2.1 Circuitos de Primer Orden

1. El circuito RC de la **Figura 2.1** se apega a la convención pasiva de signos, aplique LCK en el nodo superior y determine:

   a) La ecuación diferencial en función de $v(t)$.

   b) Resuelva la ecuación diferencial del inciso anterior para $t > 0$, suponiendo que el capacitor tiene una condición inicial en $t = 0$ de $v_C(0) = V_0$, con $V_0 \neq 0$.

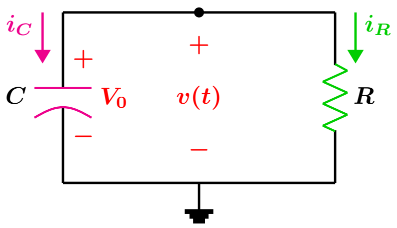

Figura 2.1: Circuito RC.

Respuestas: a) $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{v}{RC} = 0$

b) $v(t) = V_0\, e^{-t/RC}\,,\ t > 0$

2. Para el circuito de la **Figura 2.2**, el interruptor ha estado cerrado por un largo periodo de tiempo, pero se abre de forma repentina en $t = 0$, obtener para $t > 0$:

   a) El voltaje inicial en el capacitor V_0 y la constante de tiempo τ.

   b) El voltaje en el capacitor $v_C(t)$ y la corriente $i(t)$.

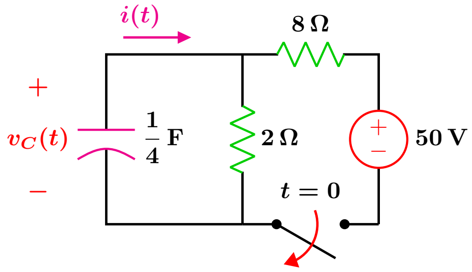

Figura 2.2: Circuito RC.

Respuestas: a) $V_0 = 10\,\text{V}\,,\ \tau = 0.5\,\text{s}$

b) $v_C(t) = 10\, e^{-2t}\, u(t)\,,\ i(t) = 5\, e^{-2t}\, u(t)$

3. En el circuito que se muestra en la **Figura 2.3**, el interruptor ha estado cerrado por un largo periodo de tiempo y se abre en el instante $t = 0$, determinar para $t > 0$:

   a) El voltaje en el capacitor $v_C(t)$.

   b) Las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$.

   c) Verifique para todo tiempo la LVK en la malla izquierda.

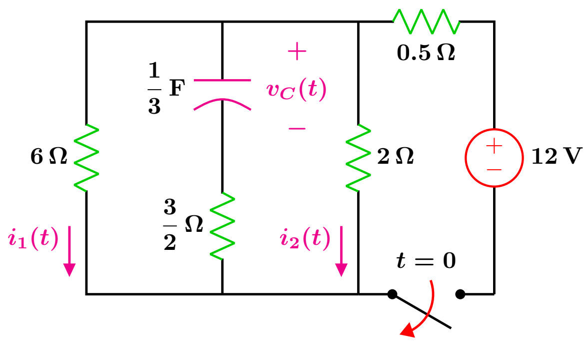

Figura 2.3: Circuito RC.

Responsable: M.I. Gloria Mata Hernández

Edición: Ing. Fernando Rivera

Facultad de Ingeniería, División de Ingeniería Eléctrica, UNAM

Respuestas: **a)** $v_C(t) = 9\,e^{-t}\,u(t)$

b) $i_1(t) = \dfrac{3}{4}\,e^{-t}\,u(t)\,,\, i_2(t) = \dfrac{9}{4}\,e^{-t}\,u(t)$

b) $6i_1(t) = v_C(t) - \dfrac{3}{2}\big(i_1(t) + i_2(t)\big)$ Se verifica

4. El circuito RC que se muestra en la **Figura 2.4** tiene como entrada la función escalón unitario.

a) Aplique LVK para obtener la ecuación diferencial en términos del voltaje en el capacitor $v(t)$.

b) Resuelva la ecuación diferencial del inciso anterior y obtenga para $t > 0$ la expresión de $v(t)$, suponiendo que el capacitor tiene una condición inicial de $V_0 \neq 0$ en $t = 0$.

c) Obtenga la expresión de $v(t)$ para $t > 0$, suponiendo condiciones iniciales nulas.

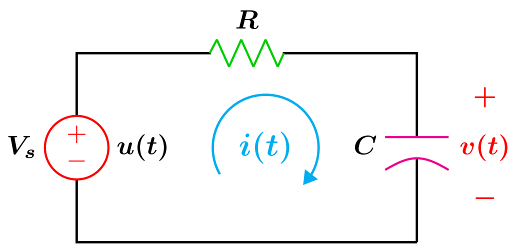

Figura 2.4: Circuito RC.

Respuestas: **a)** $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{v}{RC} = \dfrac{V_s}{RC}\,u(t)$

b) $v(t) = \Big[V_s + (V_0 - V_s)\,e^{-t/RC}\Big]u(t)$

c) $v(t) = V_s\left(1 - e^{-t/RC}\right)u(t)$

5. Considere el circuito mostrado en la **Figura 2.5**.

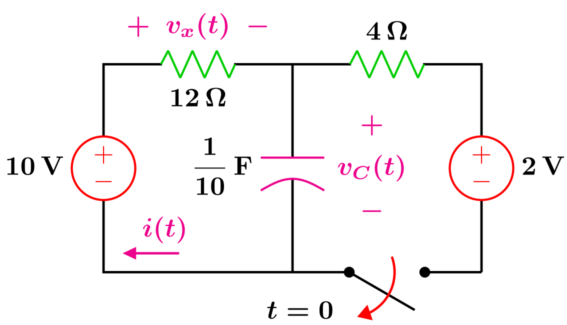

Figura 2.5: Circuito RC.

El interruptor se abre de forma instantánea en $t = 0$ después de haber estado cerrado por un largo periodo de tiempo, con base en ello determinar para $t > 0$:

a) El voltaje en el capacitor $v_C(t)$.

b) La corriente $i(t)$.

c) El voltaje $v_x(t)$

Respuestas: **a)** $v_C(t) = \left(10 - 6\,e^{-5t/6}\right)u(t)$

b) $i(t) = \left(0.5\,e^{-5t/6}\right)u(t)$

c) $v_x(t) = \left(6\,e^{-5t/6}\right)u(t)$

6. El circuito RL de la **Figura 2.6** se apega a la convención pasiva de signos, aplique LVK alrededor del circuito y determine:

a) La ecuación diferencial en función de $i(t)$.

b) Resuelva la ecuación diferencial del inciso anterior para $t > 0$, suponiendo que el inductor tiene una condición inicial en $t = 0$ de $i_L(0) = I_0$, con $V_0 \neq 0$.

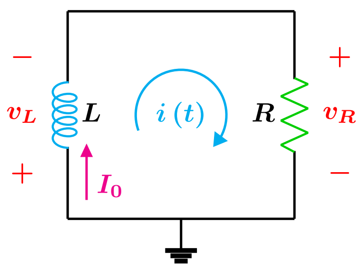

Figura 2.6: Circuito RL.

Respuestas: **a)** $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R}{L}\,i = 0$

b) $i(t) = \left(I_0\,e^{-t/\tau}\right)u(t)$

7. Sea el circuito que se muestra en la **Figura 2.7**.

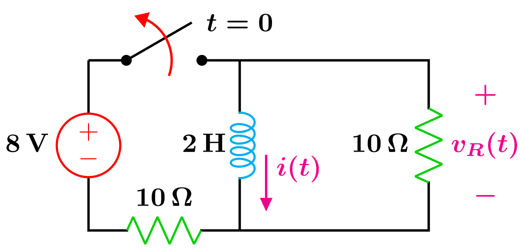

Figura 2.7: Circuito RL.

El interruptor se abre en $t = 0$ después de haber estado cerrado por un periodo de tiempo muy largo, con base en ello, determine para $t > 0$, la corriente $i(t)$ y el voltaje $v_R(t)$.

Respuestas: $i(t) = \left(0.8\, e^{-5t}\right) u(t)$

$v_R(t) = \left(-8\, e^{-5t}\right) u(t)$

8. El interruptor mostrado en la **Figura 2.8** ha estado abierto por mucho tiempo y se cierra en $t = 0$, determine para $t > 0$ la corriente en el inductor $i_L(t)$, el voltaje $v_x(t)$ en la resistencia de $8\,\Omega$ y $v_y(t)$.

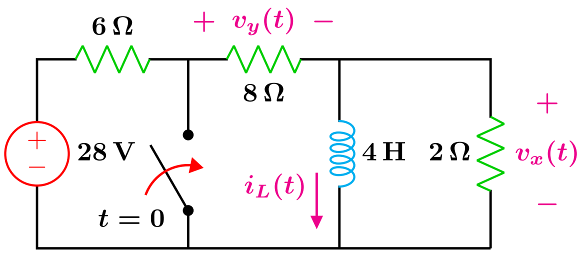

Figura 2.8: Circuito RL.

Respuestas: $i_L(t) = \left(2\, e^{-0.4t}\right) u(t)$

$v_x(t) = \left(-3.2\, e^{-0.4t}\right) u(t)$

$v_y(t) = \left(3.2\, e^{-0.4t}\right) u(t)$

9. En la **Figura 2.9**, la fuente de corriente se desconecta en $t = 0$ después de haber permanecido mucho tiempo conectada al resto del circuito. Determine para $t > 0$ las tres corrientes $i_L(t)$, $i_1(t)$ e $i_2(t)$, considere que $L = \frac{4}{3}$ H.

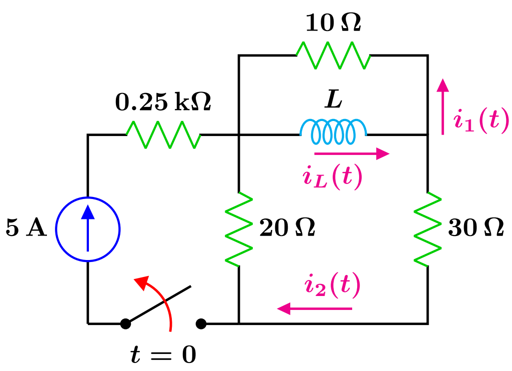

Figura 2.9: Circuito RL.

Respuestas: $i_L(t) = \left(2\, e^{-6.25t}\right) u(t)$

$$i_1(t) = \left(\frac{5}{3}\, e^{-6.25t}\right) u(t)$$

$$i_2(t) = \left(\frac{1}{3}\, e^{-6.25t}\right) u(t)$$

10. El circuito que se muestra en la **Figura 2.10** tiene como entrada la función escalón unitario, el inductor tiene como condición inicial en $t = 0$ una corriente $I_0 \neq 0$ en la dirección que se muestra.

a) Aplique LVK y determine la ecuación diferencial en función de $i(t)$ que sea válida para $t > 0$.

b) Resuelva la ecuación diferencial para $i(t)$ sujeto a la condición $i(0) = I_0 \neq 0$

c) Resuelva la ecuación diferencial para $i(t)$, si el sistema parte del reposo, esto es cuando $i(0) = 0$.

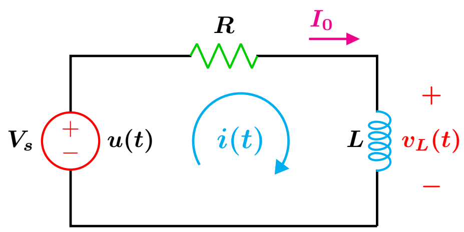

Figura 2.10: Circuito RL.

Respuestas: **a)** $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{R}{L}\, i = \dfrac{V_s}{L}\, u(t)$

b) $i(t) = \dfrac{V_s}{R} + \left(I_0 - \dfrac{V_s}{R}\right) e^{-Rt/L} \quad t > 0$

c) $i(t) = \dfrac{V_s}{R} + \left(1 - e^{-Rt/L}\right) u(t)$

11. El interruptor de la **Figura 2.11** se desconecta de forma repentina después de haber estado cerrado por mucho tiempo. Determine $i_L(t)$ para $t > 0$.

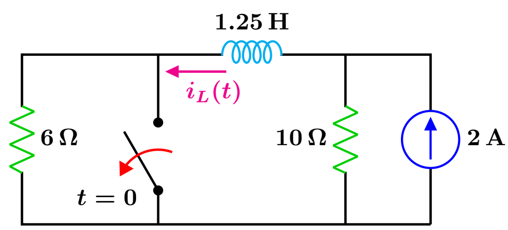

Figura 2.11: Circuito RL.

Respuestas: $i_L(t) = \frac{5}{4} + \frac{3}{4}e^{-12.8t} \quad t > 0$

12. Resuelva por el método de la transformada de Laplace los ejercicios 2 y 3.

13. Resuelva por el método de la transformada de Laplace los ejercicios 5 y 7.

14. Resuelva por el método de la transformada de Laplace los ejercicios 8, 9 y 10.