



Laboratorio de análisis de sistemas y señales

Clave(6443)

— Práctica N° 2 —

Respuesta de sistemas dinámicos

| | | | |
|----------------------|------|---------------------|---------------|
| Apellidos y nombres: | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| Grupo: | | Profesor: | Calificación: |
| Brigada: | | | |
| Semestre: | 2018 | Fecha de ejecución: | |

CONTROL DE MODIFICACIONES

| Rev. | Descripción | Elaborado por | Revisado por | Fecha |
|------|--|----------------------------|---------------------|------------|
| 0 | Primera versión | Ing. Gloria Mata Hernández | Dr. Paul Maya Ortiz | 07.01.2017 |
| 1 | Segunda versión | M.I Isaac Ortega Velázquez | Dr. Paul Maya Ortiz | 24.07.2017 |
| 2 | Integración de prácticas de sistemas de primer y segundo orden | M.I Isaac Ortega Velázquez | Dr. Paul Maya Ortiz | 30.01.2018 |
| | | | | |



I. Objetivos

- El alumno interpretará el comportamiento característico de diferentes sistemas físicos a partir del concepto de respuesta escalón.

II. Recursos

1. Software

- a) MATLAB versión 2008 o superior.

2. Equipos, instrumentos, herramientas y accesorios proporcionados por el laboratorio

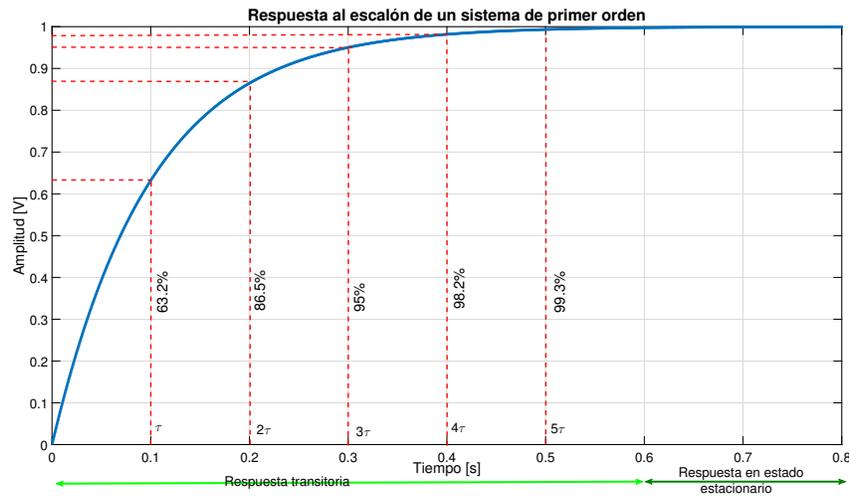
- a) Computadora con 2GB RAM min.
 b) 1 Generador de señales
 c) 1 Osciloscopio
 d) 1 Multímetro con juego de puntas y caimanes
 e) 1 Módulo de temperatura y controlador (G34, TY34/EV)
 f) 1 Fuente de alimentación
 g) 1 Juego de cables B-B
 h) 3 cables de alimentación
 i) 1 Transductor STT
 j) 1 multicontacto

3. Equipos, instrumentos, herramientas y accesorios proporcionados por el alumno

- a) 1 potenciómetro de 5k ohms
 b) 1 Capacitor cerámico $0.22\mu F$.
 c) 1 Capacitor cerámico $0.1\mu F$.
 d) 1 Capacitor electrolítico $1\mu F$.
 e) 1 inductor de 50 mH
 f) 3 Cables caimán-caimán
 g) 3 Cables banana-caimán
 h) 3 Cables banana-banana
 i) 3 Cables BNC
 j) 1 protoboard
 k) Alambre para protoboard

III. Seguridad en la ejecución de la actividad

| | Peligro o fuente de energía | Riesgo asociado | Medidas de control | Verificación |
|----------------------|--|---|---|--------------------------|
| 1 ^o | Voltaje alterno  127 V | Electrocución  | Identificar los puntos energizados antes de realizar la actividad y evitar contacto | <input type="checkbox"/> |
| 2 ^{do} | Voltaje continuo  24 V | Daño a equipo  | Verificar polaridad y nivel antes de realizar la conexión del equipo o dispositivo | <input type="checkbox"/> |
| Apellidos y nombres: | | | | |

Figura 1. Respuesta de un sistema de 1^{er} orden

IV. Fundamento teórico

El modelo general de un sistema LIT se muestra en la Ec.1, en donde los coeficientes son constantes.

$$\sum_{n=0}^N a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} = \sum_{n=0}^M b_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} \quad (1)$$

El orden del sistema está establecido por la derivada de mayor orden. También corresponde al número de elementos que almacenan energía.

Un sistema de primer orden está caracterizado por tener solamente un elemento capaz de almacenar energía, por lo tanto, se representan por ecuación diferencial mostrada en la Ec.2

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (2)$$

misma que se puede expresar en términos de sus parámetros como

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t) \quad (3)$$

donde $k = \frac{b_0}{a_0}$ es la ganancia y $\tau = \frac{a_1}{a_0}$ es la constante de tiempo del sistema.

La respuesta al escalón de sistemas de primer orden es como la mostrada en la Fig.1 donde el parámetro τ , que depende del modelo matemático del sistema en estudio, es la constante de tiempo que caracteriza al tipo de sistema.

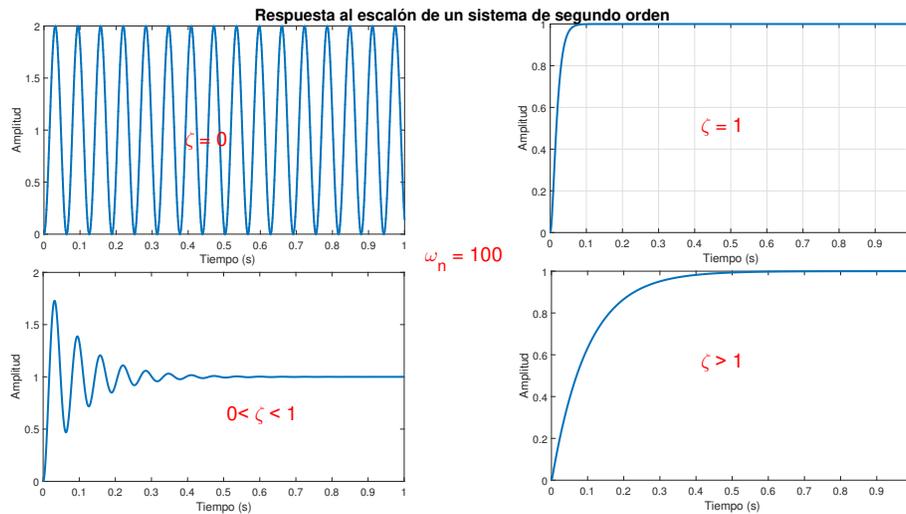
Los sistemas de segundo orden están representados por la ecuación diferencial mostrada en (4)

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (4)$$

donde $y(t)$ y $x(t)$ son las señales de salida y entrada respectivamente. La expresión general anterior puede ser representada en términos de los siguientes parámetros

- ω_n es la frecuencia natural del sistema
- ζ la razón de amortiguamiento, y
- k la ganancia del sistema

con lo cual se obtiene

Figura 2. Respuesta de un sistema de 2^{do} orden

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = k\omega_n^2 x(t)$$

cuya respuesta de entrada cero es la siguiente

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = 0 \quad (5)$$

Suponiendo una solución de la forma $y_{zi}(t) = e^{st}$ en la ecuación homogénea, donde s son constantes a definir, la Ec. (5) queda como

$$s^2 e^{st} + 2\zeta\omega_n s e^{st} + \omega_n^2 e^{st} = 0 \quad (6)$$

en donde siempre se obtendrá un polinomio de la forma

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (7)$$

Este polinomio en s se le nombra ecuación característica, cuyas raíces son

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (8)$$

dependiendo de los valores del parámetro ζ se pueden considerar cuatro casos en los que las raíces del polinomio característico del sistema son diferentes. Este análisis se presenta a continuación.

1. $\zeta = 0$. Cuando esto sucede, entonces las raíces de la ecuación característica son números puramente imaginarios conjugados, es decir, $s_{1,2} = \pm j\omega_n$.
2. $0 < \zeta < 1$. En este caso las raíces del sistema son números complejos conjugados, de la forma $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$.
3. $\zeta = 1$. En este caso se tiene que las raíces de la ecuación característica toman el mismo valor negativo, por lo que se tienen raíces reales repetidas, cuyo valor es $s_{1,2} = -\omega_n$.
4. $\zeta > 1$. Las raíces de la ecuación característica en este caso son reales, diferentes y negativas, $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$.

La respuesta al escalón de un sistemas de segundo orden, considerando los cuatro casos mencionados, se muestra en la Figura 2.



V. Cuestionario previo

1. Identificar un sistema dinámico que se tenga en casa y definir la salida y la entrada del mismo (para discusión en clase).

2. ¿Como analizaría un sistema de orden mayor?

3. ¿Cuál es la importancia de la constante de tiempo τ y el factor de amortiguamiento ζ ?

VI. Actividad de casa

En ocasiones se tienen sistemas de alto orden, los cuales son complicados de analizar, sin embargo existen métodos para obtener sistemas equivalentes de menor orden, si el sistema cumple con ciertas restricciones, con lo cual se facilita su análisis. Investigar que son los polos dominantes y criterios de desempeño para solucionar el siguiente problema:

Considere un sistema que esta modelado por la ecuación diferencial (9) y condiciones iniciales nulas.

$$\frac{d^5y(t)}{dt^5} + 125\frac{d^4y(t)}{dt^4} + 4508\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 66864\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 1476480\frac{dy(t)}{dt} + 1414000y(t) = 3000000\frac{dx(t)}{dt} + 3000000x(t) \quad (9)$$

Obtener un sistema aproximado de orden menor, tal que, la integral del error al cuadrado sea menor a 0.25.

1. Procedimiento para obtener el sistema aproximado (polos dominantes).
2. La respuesta al escalón del sistema real y del sistema aproximado (gráficas).
3. Diferencias entre la ecuación diferencial del sistema aproximado y el sistema real.
4. Una gráfica del criterio integral del error al cuadrado es decir $CIEC = \int_0^\infty (y(t) - y_{aproximado}(t))^2 dt$.
5. Conclusiones de la actividad.

*Anexar documentos al final de la práctica.

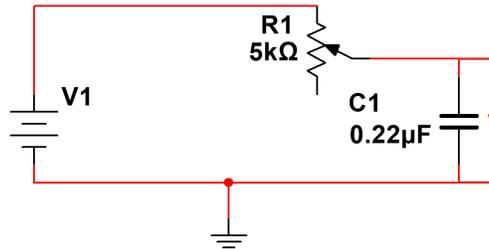


Figura 3. Sistema eléctrico de primer orden

VII. Desarrollo

VII.1. Actividad 1 Respuesta al escalón de un sistema eléctrico de primer orden

1. Acomodar los equipos (generador de funciones y osciloscopio) y conectar los cables de alimentación, tanto a los equipos como al multicontacto.
2. Encender el generador de señales y el osciloscopio.
3. Identificar la salida del generador de señales y conectar en el canal 1 del osciloscopio.
4. Generar una señal cuadrada con amplitud 1[V].
5. Alambrar en la protoboard el sistema mostrado en la Fig.3.
6. Conectar la señal del generador de funciones al circuito alambrado.
7. Conectar el canal 1 del osciloscopio a la entrada del circuito, y el canal 2 en la salida (Voltaje del capacitor).
8. El sistema total se debe mostrar como en la Fig.4
9. ¿Qué le pasa al sistema cuando se varía el potenciómetro?.

10. Cambiar el capacitor y comparar la respuesta obtenida con las anteriores. ¿Qué sucede?

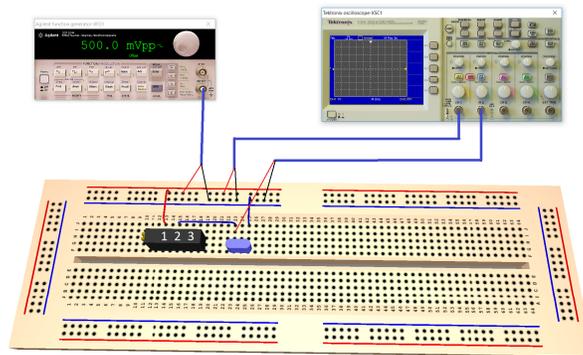


Figura 4. Sistema eléctrico de primer orden en la protoboard

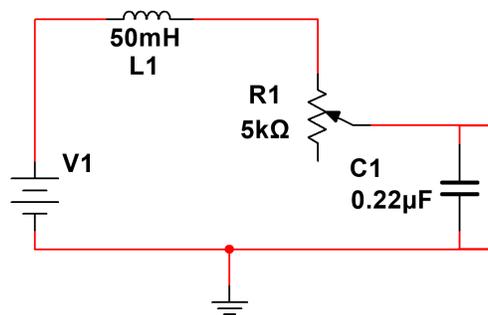


Figura 5. Sistema eléctrico de segundo orden

VII.2. Actividad 2 Respuesta al escalón de un sistema eléctrico de segundo orden

En la Figura 5 se observa un circuito eléctrico, cuyo modelo matemático está dado por la ecuación (10). Este circuito se analizará de forma experimental para obtener las diferentes respuestas de un sistema de segundo orden, y se comprobarán los resultados obtenidos con matlab.

$$LC \frac{d^2 V_c(t)}{dt^2} + RC \frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t) = V_1 \quad (10)$$

Procedimiento para realizar la actividad:

1. Acomodar los equipos (generador de funciones y osciloscopio) y conectar los cables de alimentación, tanto a los equipos como al multicontacto.
2. Encender el generador de señales y el osciloscopio.
3. Identificar la salida del generador de señales y conectar en el canal 1 del osciloscopio.
4. Generar una señal cuadrada con amplitud 5[V].
5. Alambrear en la protoboard el sistema mostrado en la Fig.5.
6. Conectar la señal del generador de funciones al circuito alambreado.
7. Conectar el canal 1 del osciloscopio a la entrada del circuito, y el canal 2 en la salida (Voltaje del capacitor).
8. El sistema alambreado se debe de observar como en la Fig.6
9. Variar el potenciómetro y observar como se obtienen las diferentes respuestas del sistema de segundo orden. Anotar el valor de los parámetros del sistema en la Tabla 1 para obtener cada una de las respuestas del sistema de segundo orden.
10. ¿Se logran obtener los cuatro tipos de respuesta? ¿Por qué?



| Tipo de respuesta | Capacitor | Inductor | Resistencia _{min} | Resistencia _{max} |
|--------------------------|-----------|----------|----------------------------|----------------------------|
| No amortiguada | | | | |
| Subamortiguada | | | | |
| Críticamente amortiguada | | | | |
| Sobreamortiguada | | | | |

Tabla 1. Parámetros del sistema eléctrico de segundo orden

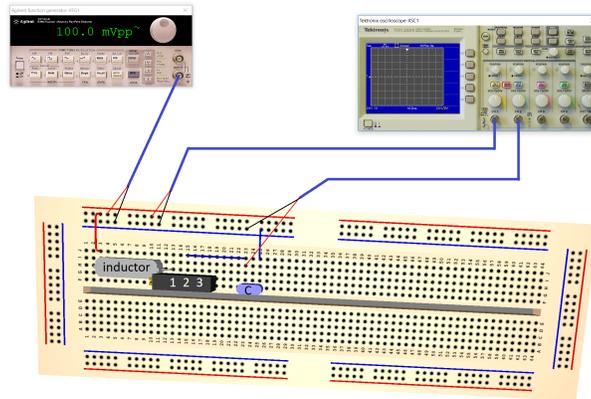


Figura 6. Sistema eléctrico de segundo orden en la protoboard

11. Con ayuda de un software especializado, y con los parámetros obtenidos en la Tabla 1, corroborar los cuatro tipos de respuesta del sistema, y explicar si coinciden con los obtenidos en la práctica, si no coinciden, explicar a que se debe (anexar documentos al final de la práctica, gráficas, explicación y comentarios).



Figura 7. Sistema mecánico rotacional spinner

VII.3. Actividad 3 Respuesta al escalón de un sistema mecánico rotacional

Dado el sistema de la figura 7

1. ¿Cuál es la entrada y la salida del spinner?.

2. Si el modelo matemático del sistema es

$$J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} = \tau_{in}$$

donde $J = 2$, $B = 0.2$ y el torque de entrada τ_{in} es como se muestra en la figura 8

3. Obtenga la respuesta del sistema con ayuda de software especializado (anexar gráficas al final de la práctica).
4. ¿Qué parámetros modificaría en el sistema para que gire por un tiempo más prolongado? justifique matemáticamente su respuesta.

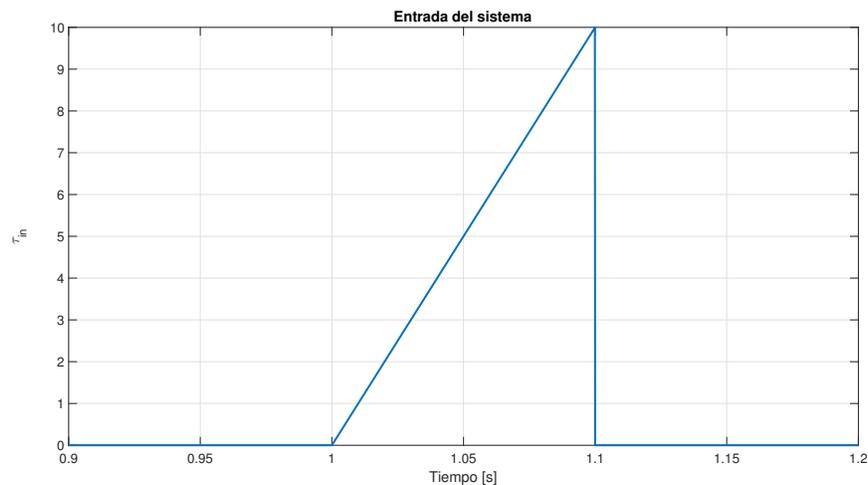


Figura 8. Torque de entrada al spinner

VII.4. Actividad 4 Respuesta al escalón de un sistema Térmico

En esta actividad se caracterizará la respuesta de un sistema térmico, el procedimiento para realizar la actividad es el siguiente:

1. Acomodar los equipos (fuente de voltaje, Módulo de temperatura y controlador) y conectar los cables de alimentación, tanto a los equipos como al multicontacto.
2. Encender las fuentes de voltaje y verificar los voltajes que necesita el modulo ($\pm 12[V_{DC}]$ y $24[V_{ca}]$).
3. Identificar las partes a utilizar del modulo de control de temperatura (set point, Temperature meter, heater power amplifier, STT conditioner, PID controller, entrada del transductor STT y salidas del módulo heater and cooler).
4. Alimentar la sección lógica del módulo $G34/EV(\pm 12V)$ y también el módulo de potencia.
5. Conectar la salida **SET-POINT** (borne 2) con la entrada del bloque **ERROR AMPLIFIER** (borne 3).
6. Conectar la salida **STT CONDITIONER** (borne 22) con la entrada del bloque **TEMPERATURE METER** (borne 10) y con la entrada del bloque **ERROR AMPLIFIER** (borne 4).
7. Conectar la salida **PID CONTROLLER** (borne 9) con la entrada de **HEATER POWER AMPLIFIER** (borne 11). En la Figura 9 se observa en color rojo las partes del modulo que se utilizarán y en azul, las conexiones necesarias.
8. Colocar el interruptor que se encuentra en **TEMPERATURE METER** en la posición **STT**, el interruptor que se encuentra en **HEATER POWER AMPLIFIER** en la posición **AUT**.
9. Conectar las salidas **HEATER** y **COOLER** del bloque **POWER AMPLIFIER** con las correspondientes entradas de la unidad $TY34/EV$.
10. Colocar en cero el **SET-POINT**.
11. Conectar el transductor y colocarlo en su posición en el módulo de temperatura.
12. Regular el potenciómetro de temperatura ambiente, al valor correspondiente (medir el voltaje en el borne 2 y variar el potenciómetro de temperatura ambiente hasta alcanzar el mismo valor de voltaje que se encuentre en el borne 10).
13. Aplicar la alimentación de potencia ($24V_{ca}$)
14. Aplicar una señal escalón en el **SET-POINT** de $2[V]$.
15. Tomar lecturas del display cada $10[s]$ y anotar en la Tabla 2.
16. Con los datos registrados, obtener la gráfica de la respuesta escalón del sistema (anexar gráfica al final de la práctica).

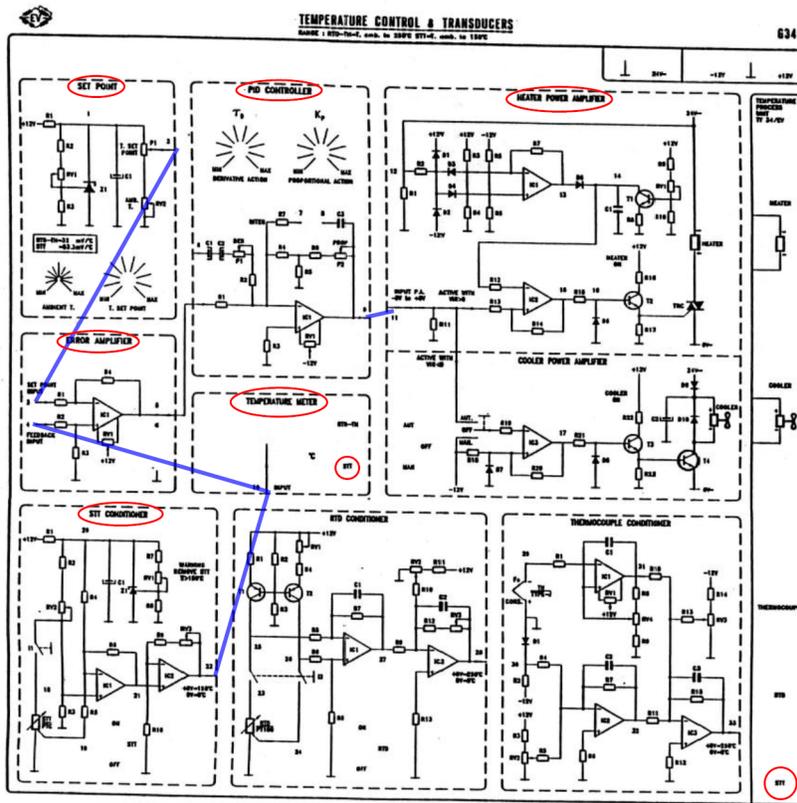


Figura 9. Módulo de control de un sistema térmico

17. ¿Cómo son las raíces del polinomio característicos del sistema de temperatura en estudio? justifique su respuesta.



Tema:

Respuesta de sistemas dinámicos

Profesor:

Práctica N° 2

| Tiempo [s] | T[°C] |
|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|
| 0 | | 210 | | 420 | | 630 | | 840 | |
| 10 | | 220 | | 430 | | 640 | | 850 | |
| 20 | | 230 | | 440 | | 650 | | 860 | |
| 30 | | 240 | | 450 | | 660 | | 870 | |
| 40 | | 250 | | 460 | | 670 | | 880 | |
| 50 | | 260 | | 470 | | 680 | | 890 | |
| 60 | | 270 | | 480 | | 690 | | 900 | |
| 70 | | 280 | | 490 | | 700 | | 910 | |
| 80 | | 290 | | 500 | | 710 | | 920 | |
| 90 | | 300 | | 510 | | 720 | | 930 | |
| 100 | | 310 | | 520 | | 730 | | 940 | |
| 110 | | 320 | | 530 | | 740 | | 950 | |
| 120 | | 330 | | 540 | | 750 | | 960 | |
| 130 | | 340 | | 550 | | 760 | | 970 | |
| 140 | | 350 | | 560 | | 770 | | 980 | |
| 150 | | 360 | | 570 | | 780 | | 990 | |
| 160 | | 370 | | 580 | | 790 | | 1000 | |
| 170 | | 380 | | 590 | | 800 | | 1010 | |
| 180 | | 390 | | 600 | | 810 | | 1020 | |
| 190 | | 400 | | 610 | | 820 | | 1030 | |
| 200 | | 410 | | 620 | | 830 | | 1040 | |

Tabla 2. Tabla de datos

OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES

Nombre:

Nombre:



Tema:

Respuesta de sistemas dinámicos

Profesor:

Práctica N° 2

P2

Nombre:

Nombre:

Nombre:

Referencias

[Win,] Signals and systems. <http://signalsandsystems.wikidot.com/>. Accessed: 2017-07-24. (Not cited.)
[Mata H. Gloria, 2001] Mata H. Gloria, Sánchez E. Víctor, G. G. J. (2001). *Análisis de Sistemas y Señales con cómputo avanzado*. FI. UNAM. (Not cited.)
[Oppenheim, et al., 1998] Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., y Nawab, S. H. (1998). *Señales y sistemas*. Pearson Educación. (Not cited.)